



د پوهنې وزارت

د تعلیمي نصاب او د ښوونکو د روزنې معییت

د تعلیمي نصاب د پراختیا او درسي کتابونو

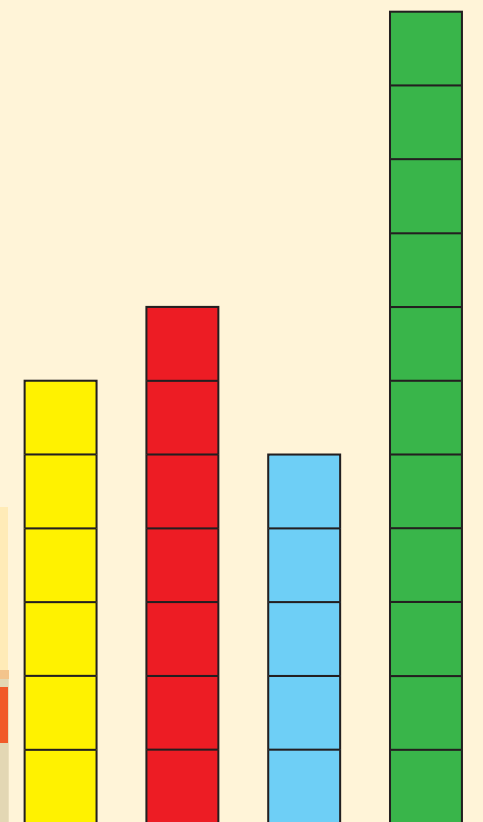
د تألیف عمومي ریاست

ریاضی

۸ ټولگی

۸ ټولگی

د درسي کتابونه د پوهنې په وزارت پورې اړه لري،
په بازار کې يې اخیستنه او خرڅونه په کلکه منع ده.
له سر غرونکو سره قانوني چلند کيږي.



۱۳۹۶ هـ . ش

moe.curriculum@gmail.com



ملي سرود

دا عزت د هر افغان دی
هر بچی یې قهرمان دی
د بلوڅو د ازبکو
د ترکمنو د تاجکو
پامیریان، نورستانیان
هم ایماق، هم پشه پان
لکه لمر پر شنه آسمان
لکه زره وي جاویدان
وایو الله اکبر وایو الله اکبر

دا وطن افغانستان دی
کور د سولې کور د تورې
دا وطن د ټولو کور دی
د پښتون او هزاره وو
ورسره عرب، گوجر دي
براهوي دي، قزلباش دي
دا هیواد به تل ځلیري
په سینه کې د آسیا به
نوم د حق مودی رهبر

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

د ۱۸ ٲولگی
ریاضی

۱۳۹۶

هـ.ش

لیکوالان:

- پوهنمل طلاباز حبیب زی د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی
- مهریه ناصر د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی
- د مولف مرستیاله مهناز توخي د تعلیمي نصاب د پراختیا او درسي کتابونو د تالیف ریاست علمي غړی
- سرمولف نظام الدین د تعلیمي نصاب د پراختیا او درسي کتابونو د تالیف ریاست علمي غړی
- پوهندوی خالقدار فیروز کوهی د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی

ژباړونکي:

- سر مولف نظام الدین د تعلیمي نصاب د پراختیا او درسي کتابونو د تالیف ریاست علمي غړی
- د سرمولف مرستیال محمد یوسف باجوړي د تعلیمي نصاب د پراختیا او درسي کتابونو د تالیف ریاست علمي غړی

علمي اډیتور:

- پوهنمل طلاباز حبیب زی د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی
- بیا ځلې علمي اډیټ: د مؤلف مرستیال محمد خالد ستوری (ځدران) د تعلیمي نصاب د پراختیا او درسي کتابونو د تالیف ریاست علمي غړی.

ژبې اډیتور:

- محمد قاسم هیله من د ښوونې او روزنې د وزارت د درسي کتابونو د تالیف د پروژې غړی

دیني، سیاسي او فرهنگي کمیټه:

- مولوي عبدالصبور عربي
- دکتور محمد یوسف نیازی
- حبیب الله راحل د پوهنې وزارت سلاکار د تعلیمي نصاب د پراختیا په ریاست کې

د څارنې کمیټه:

- دکتور اسدالله محقق د تعلیمي نصاب د پراختیا او د ښوونکو د روزنې معین.
- دکتور شېرعلي ظریفی د تعلیمي نصاب د پراختیا د پروژې مسؤل.
- سرمؤلف عبدالظاهر گلستاني د تعلیمي نصاب د پراختیا او درسي کتابونو د تالیف لوی رئیس.

کمپوز او دیزاین:

- محمد اشرف امین او ولید نوید (نسیمي)

د چاپ د سمون چارې: محمد کبیر حقل د پوهنې وزارت د نشراتو او اطلاعاتو رئیس

بسم الله الرحمن الرحيم

د پوهنې د وزیر پیغام

د لوی خدای ﷺ ډیر شکر دی چې انسان یې په احسن تقویم کې پیدا او هغه ته یې د خبرو کولو توان ورکړ او د علم او فکر پر ګاڼه یې سمبال کړ. ډیر درود دې وي د اسلام پر ګران پیغمبر حضرت محمد مصطفی ﷺ چې د انسانیت ستر ښوونکی دی او د رحمت، لارښوونې او روښنایۍ پیغام راوړونکی. ښوونه او روزنه په هره ټولنه کې د بدلون او پراختیا بنسټ دی. د ښوونې او روزنې اصلي موخه د انسان د بالقوه ځواکونو فعالول او د هغه د پټو استعدادونو غوړول دي.

درسي کتاب د ښوونې او روزنې په بهیر کې یو مهم رکن بلل کېږي چې له نوو علمي بدلونونو او پرمختګونو سره اوږه په اوږه د ټولنې له اړتیاوو سره سم تالیف کېږي. درسي کتابونه باید د منځپانګې له مخې خورا بډای وي چې وکړای شي د علومو له نوو لاسته راوړنو سره مل دیني او اخلاقي زده کړې د نوو میتودونو له لارې زده کوونکو ته ولېږدوي. دغه کتاب چې اوس ستاسو په واک کې دی، د همدغو پورته ځانګړنو پر بنسټ چمتو او تالیف شوی دی. د پوهنې وزارت تل زیار باسي چې په هیواد کې تعلیمي نصاب او درسي کتابونه د اسلامي ښوونې او روزنې او د ملي هویت د ساتلو پر بنسټ جوړ او له علمي معیارونو، نوو روزنیزو میتودونو او د نړۍ له علمي پرمختګونو سره سم چمتو کړي. د زده کوونکو استعدادونه په ټولو اخلاقي او علمي خواوو کې وغوړېږي او په هغوی کې د تفکر او نوښت توان او د پلټنې حس پیاوړی کړي. د خبرو اترو او پیرزوني د فرهنگ دودول، د هیواد پالنې او د مینې او محبت د حس پیاوړی کول، بښنه او پوسټون د پوهنې د وزارت نورې غوښتنې دي چې ښایي د لوست په کتابونو کې ورته پام وشي. درسي کتابونه د ښه او مسلکي ښوونکي له درلودو پرته نشي کولای ټاکل شوي موخې ترلاسه کړي. ښوونکی د ښوونې او روزنې یو مهم جزء او د ښوونې او روزنې د پروګرامونو پلي کوونکی دی. د هیواد له ژمنو او زړه سواندو ښوونکو څخه، چې د تورتم او ناپوهۍ په وړاندې یې جګړه خپله دنده ګرځولی، دوستانه هیله لرم د تعلیمي نصاب په دقیق او مخلصانه تطبیق کې د هیواد ماشومان، نجونې او تنکي ځوانان د پوهې، اخلاقو او معنویت لوړو څوکو ته ورسوي.

د هیواد د زده کړې د نظام بری د خلکو له جلي مرستو پرته امکان نه لري. له دې امله له ټولو قشرونو او د ملت له شریفو خلکو، په تیره بیا له کورنیو او د زده کوونکو له درنو اولیاوو څخه هیله لرم چې د معارف د موخو د لاسته راوړو په برخه کې له هیڅ ډول مرستې څخه ډډه ونه کړي. دغه راز له ټولو لیکوالو، پوهانو، د ښوونې او روزنې له ماهرینو او د زده کوونکو له محترمو اولیاوو څخه هیله کېږي چې په خپلو رغنده نظرونو، وړاندیزونو او نیوکو د درسي کتابونو په لابنه والي کې د پوهنې له وزارت سره مرسته وکړي.

لازمه بولم له ټولو ښاغلو مؤلفانو، د پوهنې وزارت له اداري او فني کارکوونکو او له ملي او نړیوالو بنسټونو څخه، چې د دغه کتاب په چمتو کولو، چاپولو او ویش کې یې زیار ایستلی او مرسته یې کړې، مننه وکړم. په پای کې له لوی خدای ﷺ څخه غواړم چې په خپله بې پایه مهربانۍ له مور سره د پوهنې د سپیڅلو ارمانونو په لاسته راوړلو کې مرسته وکړي. انه سمیع قریب مجیب.

د پوهنې وزیر

دوکتور اسدالله حنیف بلخي

سرلیک

مخ

۱

لومړی فصل (حقيقي عددونه)

۳

د حقيقي عددونو مفهوم او د حقيقي عددونو خواص
د تقريبي جذرالمرع نیولو عمومي طریقه، د جذر المربع تقريبي قیمت د اوسط طریقه او د اعشاریه لرونکو عددونو جذرالمرع

۱۱

۱۹

د جذر لرونکو عددونو جمع، تفریق، ضرب او تقسیم

۲۳

د توانونو ضرب وېش (تقسیم) د صفر توان او منفي توان

۲۹

کسري توانونه او د کسرونو گویا (ناطق) کولو عملیه

۳۷

دویم فصل (مالي محاسبې)

۳۹

نسبت، په متناسبو اجزا وو باندې ویشل

۴۳

تناسب، د تناسب خواص د تناسب ډولونه، مرکب تناسب

۵۵

فیصد، احدیت یا واحد، تخفیف

۶۱

ساده او مرکبه ربح

۶۷

دریم فصل مشابهتونه

۷۳

ورته شکلونه، ورته (متشابه) مضلع گانې

۷۷

موازی خطونه په مساوي فاصلو سره، د تالس قضیې او معکوس

۸۵

په مثلث کې د تالس قضیه د مثلثونو د ورته والی حالتونه

۸۹

څلورم فصل تناظر

۹۱

د تناظر مفهوم، محوري تناظر، مرکزي تناظر

۹۹

پنځم فصل د مثلث قضیې

۱۰۱

د متساوي الساقين د مثلث قضیې د فیثاغورث قضیه

۱۰۵

د فیثاغورث د قضیې عکس (سرچپه)

۱۱۱

د قايم الزاويه مثلث قضیې په قايم الزاويه مثلث کې قضیې د 30° او 60° له پاره

۱۱۹

د مثلث ناصف الزاويه، د داخلي زاويو ناصفونه او په يوه مثلث کې عمودي ناصف

۱۲۷

د مثلث ارتفاع گانې (جگوالی) او د مثلث میانې

۱۳۵

شپږم فصل مساحت او حجمونه

۱۳۷

د مکعب مستطیل مساحت او حجم او د مکعب مستطیل قطر

۱۴۱

د منشور جانبې مساحت او حجم، د استوانې مساحت او حجم

۱۴۵

د هرم مساحت او حجم

۱۴۹

د مخروط مساحت او حجم، د کرې مساحت او حجم

۱۵۷

اووم فصل الجبري افادې

۱۵۹

د متحول مفهوم، الجبري افادې د الجبري افادو ساده کول

۱۶۵

د یوه حده افادو ضرب، د یو حده افادو ویش، د الجبري افادو ضرب

۱۷۱

مطابقتونه، د دوه حده د جمعې او تفاضل مربع د الجبري افادو تجزیه

۱۸۱

اتم فصل معادلې

۱۸۳

د معادلې مفهوم، په معادله کې د جمعې او تفریق عملیې، په معادله کې د ضرب او ویش عملیې

۱۸۹

لومړې درجه یو مجهوله عمومي معادله، معادلې معادلې، د معادلو تشکیلول (جوړښت)

۱۹۹

نهم فصل رابطه او تابع

۲۰۱

ټکي په مستوي کې، د یوه ټکي مختصات په مستوي کې مجهول او متحول

۲۰۹

رابطه، خطي رابطه، د خطي رابطو جوړښت او تابع

۲۱۹

لسم فصل احصائیه

۲۲۱

د غیر متمادي ډیټا د کثرت جدول، د کثرت د جدول د اجزاوو خاصیتونه

۲۲۵

ډله ییز (تجمعي) کثرت

۲۲۷

نسبي کثرت، میله یي گراف، د منکسري کرښې گراف

۲۳۳

د غیر متصلې ډیټا اوسط، د جدول په مرسته د متصلې ډیټا اوسط

۲۴۱

یوولسم فصل احتمال

۲۴۳

نسبي کثرت او احتمال

۲۴۵

برابر او نا برابر چانس په یو نمونه فضا

۲۴۷

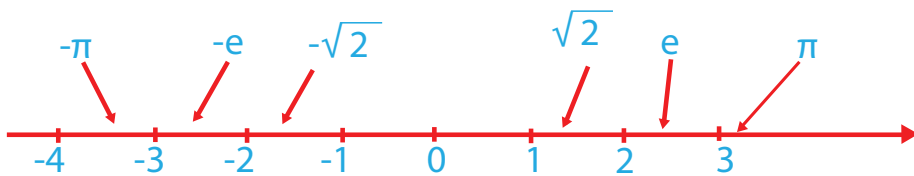
د یوې نمونه یي فضا ناڅاپي پېښې، د احتمال قاعدې

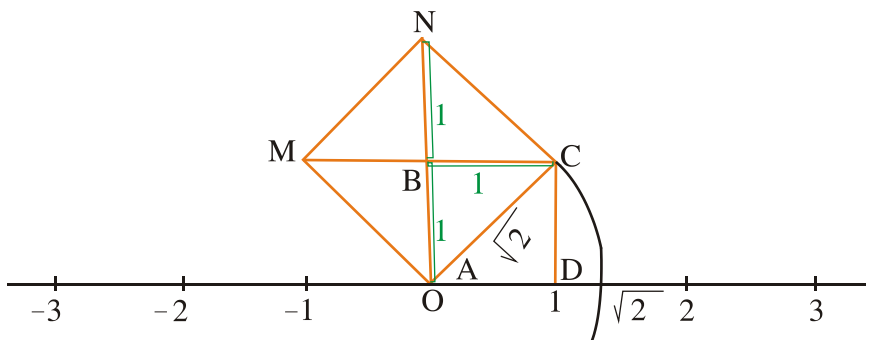
۲۵۱

ونه ییز (شجرېي) ډیاگرام او د مسیر لومړي قاعده (د ضرب حاصل)

لومړی فصل

حقيقي عددونه

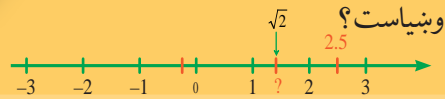




د حقيقي عددونو مفهوم

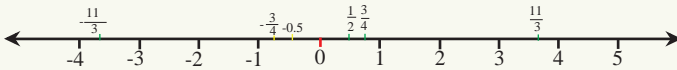


کولای شی ټول نسبي عددونه د عددې محور پر مخ باندې وښیاست، لکه په لاندې شکل کې چې د عددې محور پر مخ یو شمېر نسبي عددونه ښودل شوي دي. آیا کولای شی چې د $\sqrt{2}$ په ډول عدد هم د عددونو د محور پر مخ



آیا ناطق عددونه مو پېژندلي دي؟

د اووم ټولګي او عددي محور په پام کې نیولو سره ویلای شو چې هر ناطق (نسبي) عدد د عددونو د محور پر مخ باندې یوازې د یوې نقطې په واسطه ښودل کېدای شي، لکه لاندې شکل چې یو شمېر نسبي عددونه د هغه پر مخ باندې ښودل شوي دي.



داسې نور عددونه هم شته چې تر اوسه پورې د محور پر مخ باندې ښودل شوي نه دي یا په بل عبارت یوازې نسبي عددونه نشي کولای د عددونو د محور ټولې نقطې وښيي یعنې د عددي محور پر مخ باندې د نسبي عددونو په منځ کې د داسې عددونو لپاره ډیر تش ځایونه شته چې هغه نسبي یا ناطق عددونه، نه دي چې د همدې عددونو په واسطه د عددونو محور ډکېږي؟

فعالیت

• د لاندې عددونو جذرالمریغ پیدا کړئ:

عدد	25	16	2	100	4	$\frac{9}{4}$
جذر المربع				10		

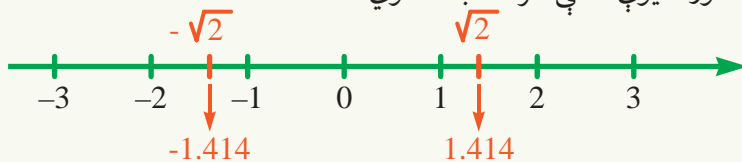
• په پورته فعالیت کې د کوم عدد جذرالمریغ پیدا کول تاسو ته ستونزمنه ده؟

همدارنگه د AMNC د لویې مربع په شکل کې وینئ چې مساحت یې نسبت کوچنۍ مربع ته زیات او 2 واحد مربع ده. له دې امله د مربع د مساحت د فارمول له مخې پوهیږو چې د لویې مربع د هرې ضلعې اوږدوالی له $\sqrt{2}$ واحد سره مساوي دی.

که چېرې د O ټکی مرکز ونیسو او د $\sqrt{2}$ په شعاع، چې د یوې مربع یوه ضلع ده، یو قوس رسم کړو، ترڅو د عددونو محور قطع کړي، د عددونو له محور سره د تقاطع نقطه د $\sqrt{2}$ ځای د عددونو د محور پر مخ باندې ټاکي.

خرنگه چې ناطق عددونه، جمعي معکوس عددونه لري غیر ناطق عددونه هم جمعي معکوس عددونه لري. د بېلګې په توګه د $\sqrt{2}$ جمعي معکوس $-\sqrt{2}$ دی چې د عددونو پر محور د صفر کینې خوا ته ښودل شوی دی.

نو ویلی شو چې د عددونو هره نقطه له یوه حقيقي عدد سره او برعکس هر حقيقي عدد د عددونو د محور له یوې نقطې سره مطابقت کوي.

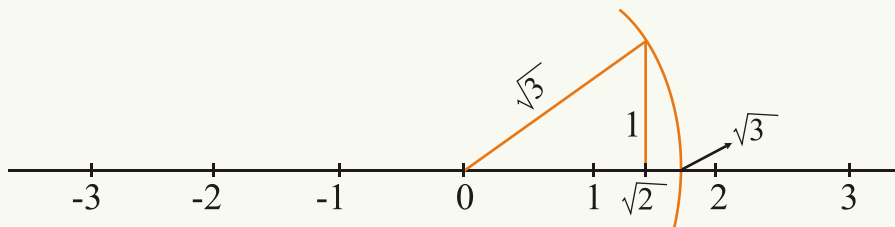


تعريف

د ناطق او غیر ناطق عددونو یووالی (اتحاد) د حقيقي عددونو د سټ په نامه یادېږي او د حقيقي عددونو سیټ په IR سره ښودل کېږي.

مثال: د عددونو پر محور وښیاست.

حل: د $\sqrt{2}$ له نقطې څخه د یوه واحد په اندازه پورته یو ټکی په نښه کوو او لاس ته راغلی ټکی له O سره نښلوو د (O) نقطه مرکز نیسو. یو قوس رسموو چې د عددونو محور قطع کړي. لاس ته راغلي نقطه د عددونو پر محور باندې د $\sqrt{3}$ ځای ټاکي.



تمرین

1- دلاندي عددونو شخه کوم یو یې غیر ناطق دی:

a) $\sqrt{16}$, b) $-\sqrt{5}$, c) $\frac{2}{3}$, d) $\sqrt{37}$

2- درې ناطق عددونه او درې غیر ناطق عددونه ولیکئ.

3- د $\sqrt{15}$ په اړه څه ډول فکر کوي ناطق دی؟ او که غیر ناطق؟

4- د عددونو پر محور باندې د $\sqrt{5}$ او $1+\sqrt{2}$ ځایونه وښیاست.

5- د $8+2\sqrt{2}$ او $3+\sqrt{4}$ په عددي افادو کې کومه یوه ناطقه او کومه یوه یې غیر ناطقه ده.

6- د $\sqrt{36}$, $\sqrt{31}$, $\sqrt{5}$ او $\sqrt{144}$ په اړه څه فکر کوئ ناطق دي او که غیر ناطق؟

آیا حقیقي عددونه د بدلون (تبدیلی) یووالي (اتحادي) او توزیعي خاصیتونه لري؟

د حقيقي عددونو خواص

$$\sqrt{2} + \sqrt{5} = \sqrt{5} + \sqrt{2}$$

$$\sqrt{2} \times (\sqrt{3} + \sqrt{5}) = (\sqrt{2} \times \sqrt{3}) + (\sqrt{2} \times \sqrt{5})$$

$$\sqrt{2} + (\sqrt{3} + \sqrt{5}) = (\sqrt{2} + \sqrt{3}) + \sqrt{5}$$



• آیا د حقيقي عددونو ترتيب په جمع

فعاليت

• د جدول له مخې لاندې قيمتونه پيدا کړئ.

$$\sqrt{2} + \sqrt{3} = ? \quad \sqrt{3} + \sqrt{2} = ?$$

$$\sqrt{2} + 2 = ? \quad 2 + \sqrt{2} = ?$$

$$\sqrt{3} + \sqrt{1} = ? \quad \sqrt{1} + \sqrt{3} = ?$$

$$\sqrt{3} + 1 = ? \quad 1 + \sqrt{3} = ?$$

عدد	تقريبی قیمت
$\sqrt{2}$	1.41
$\sqrt{3}$	1.73
$\sqrt{5}$	2.23

کې توپير لري او که نه؟

• په طبيعي عددونو کې دا خاصيت د څه په نامه يادېږي؟

ښايست

له پورتنی فعالیت څخه داسې پایله په لاس راځي چې د a او b هر حقيقي عدد لپاره

ليکلای شو:

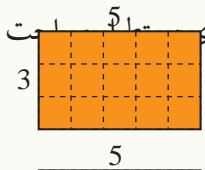
$$a + b = b + a$$

پوښتنه: حقيقي عددونه د ضرب په عمليه کې د بدلون خاصيت لري؟

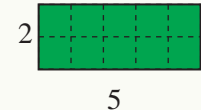
په څو مثالونو کې يې څرگند کړئ.

فعالیت

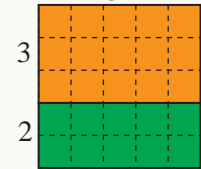
• د 5 واحد په اوږدوالی او 3 واحد په سور یو مستطیل رسم کړئ، د دې مساحت څومره دی؟



• یو بل مستطیل رسم کړئ، چې اوږدوالی یې 5 او سور یې 2 واحد وي، د دې مستطیل مساحت څومره دی؟



• دا دوه مستطیلونه یو د بل څنګ ته کېږدئ. له دواړو مستطیلونو څخه د جوړ شوي لوی مستطیل په لاس راغلی مساحت څومره دی؟



• د لوی مستطیل مساحت د دوو کوچنیو مستطیلونو له مساحت سره څه اړیکه لري؟

$$5(3+2) = (5 \cdot 3) + (5 \cdot 2)$$

له پورته فعالیت څخه داسې پایله په

لاس راځي، د a, b او c اختیاري حقيقي عددونو له پاره لرو:

$$a \times (b+c) = (a \times b) + (a \times c)$$

دا خاصیت په جمعې باندې د ضرب د توزیعي خاصیت په نامه یادېږي.

مثال: د $\sqrt{3} \times (\sqrt{2} + \sqrt{5})$ افادې ښی خوا د حقيقي عددونو د خاصیت له مخې ولیکئ:

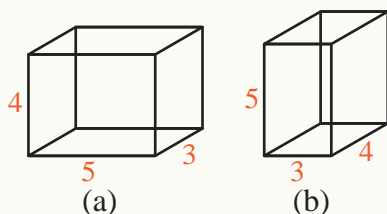
حل:

$$\sqrt{3} \times (\sqrt{2} + \sqrt{5}) = (\sqrt{3} \times \sqrt{2}) + (\sqrt{3} \times \sqrt{5})$$

فعالیت

مخامخ شکلوڼه په پام کې ونیسئ:

- د (a) شکل یعنې د مکعب مستطیل حجم څومره دی؟
- د (b) شکل مکعب مستطیل حجم څومره دی؟



له پورته فعالیت څخه داسې پایله لاس ته راځي:

تاسو په یاد لری چې:

$$a+0=0+a=a$$

$$a \times 1 = 1 \times a = a$$

پورته رابطه یا اړیکه د a د هر

حقیقي عدد لپاره صدق کوي.

د a, b او c حقیقي عددونو لپاره لرو:

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

دا په ضرب کې د یووالي (اتحادي) خاصیت دی.

مثال: د حقیقي عددونو له خاصیت څخه په کار اخیستنې سره د $\sqrt{2} \times (\sqrt{3} \times \sqrt{5})$ افادې

بڼی خوا ولیکئ:

$$\sqrt{2} \times (\sqrt{3} \times \sqrt{5}) = (\sqrt{2} \times \sqrt{3}) \times \sqrt{5}$$

حل:

اتحادي (یووالي) خاصیت د جمعې په عملیه کې شته؟ په څو مثالونو کې یې څرگند کړئ.

یادونه: له دې وروسته د ضرب عملې د (\times) نښې په ځای د (\cdot) نښه لیکو.

تمرین

لاندې هر یو مساوات په پام کې ونیسئ، اړوند خاصیتونه یې مخې ته ولیکئ.

a- $\sqrt{5}(2+3) = 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5}$ (د... خاصیت له مخې)

b- $\sqrt{5} + \sqrt{3} = \sqrt{3} + \sqrt{5}$ (د... خاصیت له مخې)

c- $\sqrt{3} \times (\sqrt{2} \times \sqrt{3}) = (\sqrt{3} \times \sqrt{2}) \times \sqrt{3}$ (د... خاصیت له مخې)

d- $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{3} \times \sqrt{2}$ (د... خاصیت له مخې)

e- $\sqrt{3} + (\sqrt{5} + \sqrt{2}) = (\sqrt{3} + \sqrt{5}) + \sqrt{2}$ (د... خاصیت له مخې)

د تقریبي جذر المربع د نیولو عمومي طریقه

$$\sqrt{125} = ?$$

$$\sqrt[3]{8} = ?$$

تاسو د عددونو د مربع جذر پیدا کول د
تجزیې په طریقه باندې پوهیږئ.

آیا کولای شو د ټولو عددونو مربع جذر
د تجزیې په طریقه پیدا کړو؟

آیا د یوه عدد دریم جذر د تجزیې له
طریقې پرته په کومه بله طریقه پیدا کولای
شئ؟

- د عددونو جذر المربع مو د تجزیې په طریقه په یاد ده، مثلاً د $\sqrt{25}$ جذر المربع څو دی؟

- د عددونو دریم جذر په کومې طریقې پیدا کولای شئ. مثلاً: $\sqrt[3]{27}$ څو دی؟

- د تجزیې له طریقې پرته د جذر المربع د پیدا کولو لپاره کومه بله طریقه شته؟

- تاسو په اووم ټولګي کې د عددونو د جذر المربع د نیولو عمومي شکل، د هر مثبت عدد
لپاره ولوستل د بیا یادونې لپاره لاندې مثالونه په پام کې نیسو:

لومړی مثال: د 625 عدد جذر المربع پیدا کوو.

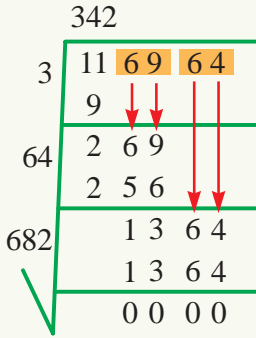
حل: عدد تر جذر لاندې لیکو:

$$\begin{array}{r} 25 \\ 2 \overline{) 625} \\ \underline{4} \\ 225 \\ 2 \overline{) 225} \\ \underline{000} \end{array}$$

په پایله کې: $\sqrt{625} = 25$

دویم مثال: د 116964 عدد جذر المربع پیدا کوو:

حل:



$$\sqrt{116964} = 342$$

په پایله کې: د دویم جذر د نیولو مرحلې تشریح کړئ.

پوښتنه: د لاندې عددونو جذر المربع پیدا کړئ.

a) 1024

b) 5329

c) 1127

د c په جز کې مو ولیدل چې د 1127 عدد تام جذر المربع نه لري.

آیا د عددونو تقریبي جذر المربع په عمومي شکل سره حسابولای شئ؟

د یوه عدد د تقریبي جذر المربع پیدا کولو لپاره د عمومي طریقې څخه هم کار اخلو د دې لپاره

چې وکولای شو تقریبي جذر المربع په لاس راوړو لاندې فعالیت سر ته رسوو:

فعالیت

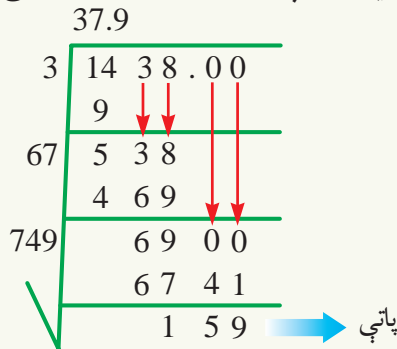
عدد	1.2	2.03	0.3	1.23	1.360
د عدد مربع	1.44	4.1209			

• د پورتنی جدول له مخې د عدد د اعشاري رقمونو د شمېر او د هغه د مربع په منځ کې څه ډول اړیکه یا رابطه موجوده ده؟

• څرنگه کولای شو د اعشاري رقمونو د شمېر مربع په درلودلو سره د اعشاري عدد، د رقمونو شمېر پیدا کړو؟

څرنگه چې په پورته فعالیت کې د جذرالمریغ د اعشاري رقمونو شمېر د همغه اعشاري رقمونو د شمېر د مربع نیمایې دی، له دې قاعدې څخه د تقریبي جذرالمریغ د نیولو لپاره کار اخلو.

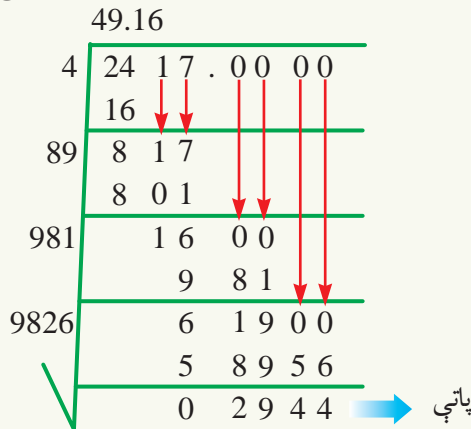
لومړۍ مثال: غواړو تر یو رقمي اعشاري پورې د 1438 جذرالمریغ حساب کړو



په پایله کې: $\sqrt{1438} \approx 37.9$

پوښتنه: آیا ویلای شئ چې ولې د 1438 جذرالمریغ د نیولو په وخت کې د 1438.00 په ډول لیکو.

دویم مثال: تر دوه رقم اعشاري پورې د 2417 تقریبي جذرالمریغ پیدا کړئ.



په پایله کې: $\sqrt{2417} \approx 49.16$

په پورته مثالونو کې وینو چې د پاتې اعشاري رقمونو شمېر د اصلي عدد، د اعشاري رقمونو له شمېر سره مساوي دي، غواړو د هغو جذرالمرېع پیدا کړو.

تمرین

1- تر یوه رقم اعشاري پورې د لاندې عددونو جذرالمرېع پیدا کړئ:

- a) 814 b) 74 c) 274

2- تر دوه رقمي اعشاري پورې د لاندې عددونو جذرالمرېع حساب کړئ:

- a) 94752 b) 5039 c) 418

د اوسط په طریقه د جذر المربع تقریبي قیمت

$$\sqrt{81} = 9$$

$$\sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{5}{4}$$

- ویلای شئ چې د $\sqrt{81}$ خو دی؟

- ویلای شئ چې د $\sqrt{\frac{25}{16}}$ خو دی؟

تاسو پوهېږئ هر عدد چې په خپل ځان کې ضرب شي د ضرب لاس ته راغلی حاصل د لومړي عدد د مربع په نامه یادېږي. خو د ټولو مثبتو عددونو جذر المربع د کسري یا نسبي عدد په ډول بنودلای نشو.

لکه: $\sqrt{30}, \sqrt{10}, \sqrt{5}$

له دې امله د ځینو عددونو د جذر المربع قیمت په تقریبي ډول بنودل کېږي. دلته غواړو د $\sqrt{5}$ تقریبي قیمت پیدا کړو.

پوښتنه: د 5 عدد، د کومو دوو عددونو د مربع په منځ کې دی؟

$\sqrt{5}$ د کومو دوو عددونو په منځ کې دی؟

د دې په پام کې نیولو سره چې د 5 جذر المربع د 2 او 3 په منځ کې دی کولای شو ووايو د $\frac{2+3}{2} = 2.5$ جذر المربع تقریباً د 2 او 3 په منځ کې له یو قیمت سره مساوي دی، یعنې: $\frac{2+3}{2} = 2.5$ د $\sqrt{5}$ د ښه دقیق قیمت پیدا کولو لپاره لاندې جدول په پام کې نیسو:

عدد	مربع
2	4
2.5	6.25
3	9

د $\sqrt{5}$ عدد د 2 او 2.5 په منځ کې قرار لري

د دې په پام کې نیولو سره چې د 5 عدد د 4 او 6,25 په منځ کې قرار لري کولای شو ووايو

عدد	مربع
2	4
2.25	
2.5	6.25

د $\sqrt{5}$ تقریبي قیمت د 2 او 2,5 په منځ کې له یو قیمت څخه

$$\frac{2+2.5}{2} = \frac{4.5}{2} = 2.25$$

عبارت دی یعنې

د پورتنی جدول له مخې ویلای شئ، چې د $\sqrt{5}$ د کومو دوو عددونو په منځ کې پروت دی؟ د دې دوو لارو په کارولو سره لیدل کېږي چې د $\sqrt{5}$ تقریبي قیمت له 2.25 څخه عبارت

دی نو کولای شو ولیکو، چې: $\sqrt{5} \approx 2.25$

که چېرې پورتنی لارې بیابیا وکاروو، د $\sqrt{5}$ اصلي قیمت ته لا ډیر زیات نږدې کېږو.



په پایله کې کولای شو د عددونو تقریبي جذر مربع د پورتنی میتود یا طریقې په کارولو سره پیدا کړو.

مثال: د $\sqrt{10}$ تقریبي جذر مربع پیدا کړئ.

حل: د پورتنی طریقې په کارولو سره کیدای شي د $\sqrt{10}$ د یولسم پورې د 4 او 3 عددونو په

$$\frac{3+4}{2} = \frac{7}{2} = 3.5 \quad 3 < \sqrt{10} < 4 \quad 9 < 10 < 16$$

منځ کې وي د پورته عملې لنډیز په لاندې جدول کې کتلای شو.

عدد	مربع
3	9
3.5	12.25
4	16

د $\sqrt{10}$ د 3 او 3.25 په منځ کې

له پورته جدول څخه داسې پایله لاس ته راځي، چې: $\sqrt{10} \approx 3.5$

د دې په پام کې نیولو سره چې د 10 عدد د 9 او 12.25 په منځ کې دی، کولای

شو ووايو چې د $\sqrt{10}$ تقریبي قیمت د 3 او 3.5 عددونو په منځ کې پروت دی.

$$\frac{3+3.5}{2} = \frac{6.5}{2} = 3.25$$

د $\sqrt{10}$ د لا دقیق قیمت پیدا کولو له پاره لاندې جدول په پام کې نیسو:

عدد	مربع
3	9
3.25	10.5625
3.5	12.25

د $\sqrt{10}$ د 3 او 3.25 په منځ کې

په پایله کې: $\sqrt{10} \approx 3.25$

تمرین

1- د لاندې هرې یوې غیر تساوي سم والی وښیاست.

a) $3 < \sqrt{12} < 4$

b) $7.1 < \sqrt{15} < 7.2$

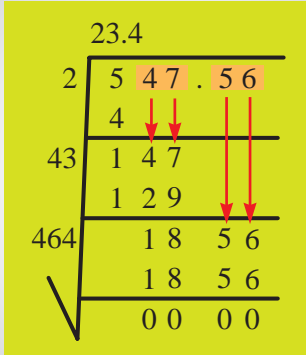
2- د پورتنی طریقې په کارولو سره د لاندې عددونو تقریبي جذرالمربع حساب کړئ.

a) 21

b) 12

c) 7

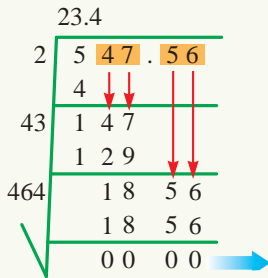
د اعشاریه لرونکو عددونو جذرالمریج



که چیرې یو عدد مربع کړو، د مربع کولو په صورت کې یې د اعشاري رقمونو شمېر جفت دی. که چیرې د اعشاري رقمونو شمېر تاق وي څه باید وکړو؟

مثال: د 547.56 عدد جذرالمریج محاسبه کړئ.

حل: څرنگه چې د اعشاري رقمونو شمېر جفت دی نو کولی شو په جذر پیل وکړو. صحیح برخه یې له بني لورې څخه کینې لورې ته او اعشاري برخه یې برعکس له کینې لورې څخه بني لورې ته دوه، دوه عددونه یا خانې رابیلوو. د تېر په شان د عمومي جذر نیولو د طریقې په میتود سره د عدد جذرالمریج یا جذر په لاس راوړو.



$$\sqrt{547.56} = 23.4$$

په پایله کې: $\sqrt{547.56} = 23.4$ ولې په جذرالمریج کې د اعشاري رقم یوازې یو رقم لرو؟

- د 381.291 عدد څو اعشاري رقمونه لري؟

- د دې عدد د جذرالمریج پیدا کولو لپاره په لومړني گام کې څه باید وکړو؟

- د هغه جذرالمریج پیدا کړئ:

- د جذرالمریج له نیولو مخکې فکر وکړئ، چې د دې عدد جذرالمریج څو اعشاري رقمه لري؟

- د نیول شوي جذر پاتې باید څو اعشاري رقمونه ولري؟

په تیرو کې موږ د پوښتنې د سم حل لپاره، ځواب ازمایلی دی. له دې امله د اعشاري جذر لرونکو عددونو جذرالمریج لپاره هم دا عملیه سرته رسوو.

فعالیت

a:
$$\begin{array}{r} 13 \\ 10 \\ 3 \end{array} \begin{array}{r} 5 \\ 2 \end{array} \rightarrow 5 \times 2 + 3 = 10 + 3 = 13 \checkmark$$
 مخامخ ویش په پام کې ونیسئ

$$b: \begin{array}{r|l} 13 & 5 \\ 5 & 1 \\ \hline & 8 \end{array} \rightarrow 5 \times 1 + 8 = 5 + 8 = 13 \quad \times$$

د a او b د حل د عملیو په پام کې نیولو سره وېش یا د تقسیم د عملیې د سموالی شرایط تشریح کړئ.

پوښتنه: څرنګه کولای شو ځان ډاډمن کړو چې د جذرالمریغ نیولو عملیه سمه ده؟

مثال: د 149 عدد جذرالمریغ پیدا او سم والی یې وازماوئ.

$$\begin{array}{r} 12 \\ 1 \overline{) 149} \\ \underline{1} \\ 049 \\ \underline{04} \\ 05 \end{array}$$

ازمونه: $(12 \times 12) + 5 = 144 + 5 = 149$

پوښتنه: ولې 12 په 12 کې ضربوو.

آیا د جذرالمریغ د سموالی لپاره یوازې د دې عملیې سرته رسول بس دي؟

که چیرې زده کوونکي تېروتنه وکړي د 149 جذرالمریغ 11 په 11

کې ضرب او پاتې یعنی 28 له هغو سره جمع کړي له اصلي عدد سره مساوي کېږي، یعنی:

$$(11 \times 11) + 28 = 149$$

آیا کولای شو چې 11 د سم ځواب په توګه ومانو؟

له پورته مثال څخه داسې پایله په لاس راځي، چې د جذرالمریغ د سموالی لپاره یو بل شرط هم لازم دی. د جذرالمریغ دوه برابره یعنی 12 ضرب دوه، جمع 1 له پاتې یعنی 5 څخه لوی دی. یا $5 < 2 \times 12 + 1$

پوښتنه: د پورته فعالیت په پام کې نیولو سره وښیاست، چې ولې د 11 ځواب سم نه دی؟ د جذرالمریغ د آزمايلو لپاره باید لاندې شرطونه په پام کې ونیول شي.

1- د جذرالمریغ عدد په خپل ځان کې ضرب، د ضرب حاصل جمع پاتې مساوي له اصلي عدد سره وي.

2- د جذرالمریغ دوه برابره جمع یو (1) له پاتې څخه زیات دي.

تمرین

د لاندې عددونو جذرالمریغ پیدا او وازموئ.

1) $780.81 = ?$ 2) $6721 = ?$ 3) $973 = ?$ 4) $692.916 = ?$

د جذري عددونو جمع او تفریق

$$2\sqrt{3} + 4\sqrt{2} - \sqrt{3} = ?$$

$$x^{\frac{1}{n}}\sqrt[n]{a} \pm y^{\frac{1}{n}}\sqrt[n]{a} = ?$$

تاسو پوهېږئ چې د نسبي عددونو په سیټ کې کولای شو د هر a لپاره ولیکو:

$$3a + 2a = (3 + 2)a = 5a$$

$$3a - 2a = (3 - 2)a = a$$

آیا کولای شئ، چې جذر لرونکي عددونه یو له بل سره جمع او تفریق کړئ؟

لاندي مساواتونه په پام کې ونیسئ:

$$2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = (2 + 4)\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$$

$$2 \times \sqrt{13} + 3 \times \sqrt{13} = (2 + 3) \times \sqrt{13} = 5 \times \sqrt{13}$$

د دې لپاره چې ساده یې ولیکو د $5 \times \sqrt{13}$ په ځای له $5\sqrt{13}$ څخه کار اخلو. د جمعې د حاصل د پیدا کولو لپاره د حقيقي عددونو له خاصیت څخه کار اخلو. **پوښتنه:** د حقيقي عددونو د تفریق لپاره د جمعې له طریقې څخه کار اخیستلای شو؟

فعالیت

په دویم مساوات کې د 5 پر ځای له (7-2) څخه کار واخلئ، پورته طریقې ته ورته محاسبه سرته ورسوئ.

د جذري عددونو جمع او تفریق په داسې حال کې کیدای شي، چې تر جذرالمریج لاندې عدد او د جذرالمریج درجه یو ډول وي. د ورته (مشابه) حدونو ضربونه یو له بل سره جمع او یا یو له بله تفریقوو.

$$x^{\frac{1}{n}}\sqrt[n]{a} \pm y^{\frac{1}{n}}\sqrt[n]{a} = (x \pm y)^{\frac{1}{n}}\sqrt[n]{a}$$

په عمومي توگه: **پوښتنه:** ویلای شئ چې ورته یا مشابه جذرونه کوم دي. آیا $\sqrt{10}$ او $\sqrt{5}$ سره ورته یا مشابه دي؟

$$2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = ? \quad \text{لومړی مثال}$$

حل: څرنگه چې تر جذر لاندې عددونه او د جذرونو درجې یو له بل سره مساوي دي.

$$2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = (2+5)\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$$

له دې امله:

$$18\sqrt{12} - 16\sqrt{12} = ?$$

دویم مثال:

$$18\sqrt{12} - 16\sqrt{12} = (18-16)\sqrt{12} = 2\sqrt{12}$$

حل:

$$8\sqrt{48} - 10\sqrt{48} - 3\sqrt{48} = ?$$

دریم مثال:

$$= (8-10)\sqrt{48} - 3\sqrt{48}$$

حل: د توزیعی خاصیت په کارولو سره لومړی د دوه

$$= -2\sqrt{48} - 3\sqrt{48}$$

څنګ په څنګ عددونو نتیجه پیدا او بیا له دریم حد سره

$$= (-2-3)\sqrt{48} = -5\sqrt{48}$$

علمیه سرته رسوو.

فعالیت

• د $\sqrt{9} + \sqrt{16}$ او $\sqrt{9+16}$ قیمتونه په لاس راوړئ، دا قیمتونه یو له بل سره پرتله کړئ؟

• د $\sqrt{100-36}$ او $\sqrt{100} - \sqrt{36}$ قیمتونه په لاس راوړئ، آیا دا دوه قیمتونه یو له بل

سره مساوي دي؟

له پورته فعالیت څخه نتیجه اخیستل کېږي، چې:

$$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

$$\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

تمرین

1- په لاندې پوښتنو کې د جمعې او تفریق حاصل په لاس راوړئ.

a) $5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 9\sqrt{2}$

b) $\sqrt{50} - 3\sqrt{50}$

c) $\sqrt{81} + \sqrt[3]{-27}$

d) $\sqrt{5} \times \sqrt{36} + \sqrt{5} \times \sqrt{36}$

2- کوم جذري عددونه یو له بل سره جمع او یا یو له بله تفریقولای شو؟

a) $4\sqrt[3]{2} + 3\sqrt{2}$

b) $5\sqrt{4} + 3\sqrt{4}$

c) $5\sqrt[3]{6} - 2\sqrt[3]{6}$

d) $7\sqrt[3]{6} + 2\sqrt[3]{6}$

د جذر المربع ضرب او تقسیم

آیا کولای شو چې جذري عددونه ضرب او تقسیم کړو؟

$$\sqrt{\frac{36 \times 9}{16}} = \frac{\sqrt{36} \times \sqrt{9}}{\sqrt{16}} = \frac{6 \times 3}{4} = \frac{9}{2}$$

فعالیت

لاندي ځوابونه په لاس راوړئ.

$$\sqrt{4 \times 25} = \sqrt{100} = \dots\dots\dots$$

$$\sqrt{36 \times 9} = \sqrt{\quad} = \dots\dots\dots$$

$$\sqrt{4} \times \sqrt{25} = \dots\dots \times \dots\dots =$$

$$\sqrt{36} \times \sqrt{9} = \dots\dots \times \dots\dots =$$

$$\sqrt{4 \times 9} = \sqrt{\quad} = \dots\dots\dots$$

$$\sqrt{25 \times 36} = \sqrt{\quad} = \dots\dots\dots$$

$$\sqrt{4} \times \sqrt{9} = \dots\dots \times \dots\dots =$$

$$\sqrt{25} \times \sqrt{36} = \dots\dots \times \dots\dots =$$

د پورته فعالیت څخه لاندي پایله په لاس راځي:

د a او b اختیاري حقيقي عددونو لپاره لرو: $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$

لومړی مثال:
حل:

$$\sqrt{2} \times \sqrt{32} = \sqrt{2 \times 32} = \sqrt{64} = 8$$

$$\sqrt{20} \times \sqrt{5} = \sqrt{20 \times 5} = \sqrt{100} = 10$$

$$\sqrt{0.5} \cdot \sqrt{0.5} = \sqrt{0.5 \cdot 0.5} = \sqrt{0.25} = 0.5$$

په پورته جذرونو باندې د عملیې په سرته رسولو کوشنې وکړئ، چې یوه ساده عملیه په لاس راوړئ، دې ډول کارولو ته د علميې ساده کول وایې.

دویم مثال:

$$\sqrt{75} = ?$$

$$\sqrt{75} = \sqrt{25 \times 3} = \sqrt{25} \times \sqrt{3} = 5 \times \sqrt{3} \approx 5 \times 1.7 = 8.5$$

حل:

$$\sqrt{64a^2} = ?$$

دویم مثال: دا افاده ساده کری:

$$\sqrt{64a^2} = \sqrt{64} \times \sqrt{a^2}$$

حل:

$$= \sqrt{8^2} \times \sqrt{a^2} = 8a$$

خلورم مثال: غواړو دا لاندې جذري افادې یو له بله سره ضرب کړو.

$$(2\sqrt{6})(5 - \sqrt{3}) = ?$$

حل:

$$= (2\sqrt{6} \times 5) - (2\sqrt{6} \times \sqrt{3})$$

$$= 10\sqrt{6} - 2\sqrt{18} = 10\sqrt{6} - 2\sqrt{9 \times 2}$$

$$= 10\sqrt{6} - 2\sqrt{9} \times \sqrt{2} = 10\sqrt{6} - 6\sqrt{2}$$

آیا کولای شئ د جذرالمرعب د ضرب قانون ته ورته د ویش (تقسیم) لپاره هم قاعده پیدا کړئ.

$$\sqrt{\frac{16}{100}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{100}} = \frac{4}{10} = 0.4$$

لاندې مثال په پام کې ونیسئ:

له پورته مثال څخه داسې پایله لاس ته راځي چې د a او b مثبت اختیاري حقیقي عددونو

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad \text{وي لرو: } b \neq 0$$

پنځم مثال:

$$\sqrt{\frac{36}{49}} = ?$$

حل:

$$\sqrt{\frac{36}{49}} = \sqrt{\frac{9 \times 4}{49}} = \frac{\sqrt{9} \times \sqrt{4}}{\sqrt{49}} = \frac{3 \times 2}{7} = \frac{6}{7}$$

تمرین

1- لاندې افادې ساده کړئ:

a) $\sqrt{144a^2}$ b) $\sqrt{169a^2}$ c) $\sqrt{0.003}$ d) $\sqrt{36} \times \sqrt{64}$ e) $\sqrt{0.28}$

2- لاندې افادې ساده کړئ:

a) $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{6}} = ?$ b) $\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{5}} = ?$ c) $\sqrt{\frac{81a^4}{125c^6}} = ?$



د توان لرونکو عددونو قوانین د توانونو ضرب:

په لابراتوار کې د جسم د لوی بنودلو لپاره له مایکروسکوپ څخه کار اخلي. هر مایکروسکوپ دوه عدسیې لري، چې یوه یې سترګې ته نژدې او بله یې شی یا جسم ته نژدې وي. هغه عدسیه چې جسم ته نژدې ده د جسم اندازه د 2^2 برابره او هغه عدسیه چې سترګې ته نژدې ده تصویر یا څېره د 2^3 برابره غټوي. ویلای شی، چې د جسم تصویر څو برابره لویږي؟

په تیر ټولګی کې مو د توان اړوند قوانین د طبیعي عددونو لپاره ولوستل په دې برخه کې غواړو چې د حقیقي عددونو له پاره نوموړي قوانین ولولو.

فعالیت

تش ځایونه په مناسبو عددونو سره ډک کړئ:

$$5^6 = 5^2 \times 5^4 = 5^3 \times \dots = 5^4 \times \dots = \dots \times 5^1$$

$$\dots = \left(\frac{2}{5}\right)^2 \times \left(\frac{2}{5}\right)^8 = \left(\frac{2}{5}\right)^3 \times \dots = \left(\frac{2}{5}\right)^9 \times \dots$$

$$a^5 = a^4 \times \dots = \dots \times a^2 = \dots \times a^3$$

له پورته فعالیت څخه داسې پایله لاسته راوړو چې که چیرې m او n تام عددونه او a یو حقیقي عدد وي نو لیکلای شو چې:

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

نو داسې ویلای شو: که چیرې د ضرب په حالت کې قاعدې سره مساوي او توانونه مختلف وي په دې صورت کې حاصل شوی پایله په گڼه (مشترکه) قاعده سره لیکو چې توان یې د توانونو د جمعې له حاصل څخه عبارت دی.

$$2^3 \times 2^4 = ?$$

مثال:

$$2^3 \times 2^4 = 2^{3+4} = 2^7$$

حل:

د عددي مثالونو په واسطه څرګنده کړئ چې $(-a)^n = -a^n$ تل سم نه دی.

فعالیت

مخامخ تساوي گانې په پام کې ونیسئ:

$$(5^3)^2 = 5^3 \times 5^3 = 5^{3+3} = 5^6$$

$$(14^9)^4 = (14^9) \times (14^9) \times (14^9) \times (14^9) = (14)^{9+9+9+9} = 14^{4 \times 9}$$

لاندي تش ځايونه په مناسبو عددونو سره ډك كړئ:

$$(2^3)^4 = 2^3 \times \dots \times \dots \times \dots = 2^{3+\dots+3+3} = 2^{3 \times \dots}$$

$$(a^n)^4 = a^n \times \dots \times \dots \times \dots = a^{n+\dots+\dots+\dots} = a^{\dots \times 4}$$

له پورته فعالیت څخه داسې پایله لاس ته راځي، چې: که چیرې m او n دوه تام عددونه او

$$a \text{ یو حقيقي عدد وي نو لرو: } (a^n)^m = a^{m \cdot n}$$

مثال: $(2^{-2})^3 = (2^{-2})(2^{-2})(2^{-2}) = (2)^{-2-2-2} = 2^{-2 \times 3} = (2)^{-6} = \frac{1}{2^6}$

لاندي تساوي گانو ته پاملرنه وكړئ:

$$(30)^3 = (6 \times 5)^3 = (6 \times 5)(6 \times 5)(6 \times 5) = (6 \times 6 \times 6)(5 \times 5 \times 5) = 6^3 \times 5^3$$

$$(30)^3 = (10 \times 3)^3 = (10 \times 3)(10 \times 3)(10 \times 3) = (10 \times 10 \times 10)(3 \times 3 \times 3) = 10^3 \times 3^3$$

په عمومي توگه که چیرې a او b دوه حقيقي عددونه او n یو تام عدد وي نو پورته تساوي په

$$\text{لاندي ډول ليكلای شو. } (a \times b)^n = a^n \times b^n$$

که چیرې دوه عددونه د ضرب په حالت کې په یو شان توان سره ولرو، د هغو د ضرب د حاصل پیدا کولو لپاره هر یو عدد په همغه توان سره ليکلی شو او سرچپه یې که چیرې توانونه مساوي او قاعدې مختلفې وي، عددونه د ضرب په حالت کې ليکو او له توانونو څخه یو یې د ضرب په حاصل د توان په توگه ليکو:

$$4^3 \times 5^3 = ? \quad \text{مثال:}$$

$$(4 \times 5)^3 = 20^3 \quad \text{حل}$$

تمرین

د ضرب هره یوه افاده د طاقت په ډول وليکئ:

1) $6^2 \times 6^3 = ?$ 2) $(0.2)^2 \times (0.2)^2 = ?$ 3) $(\frac{1}{2})^4 \times (\frac{1}{2})^3 = ?$ 4) $(\frac{1}{4})^{-7} \times (\frac{1}{4})^{-5} = ?$

5) $5^4 \times 5 = ?$ 6) $27 \times 5^3 = ?$ 7) $(abc)^7 = ?$ 8) $a^5 \times b^5 \times c^5 = ?$

9) $2^3 \times 2^3 \times 5^3 = ?$ 10) $81 \times a^2 = ?$ 11) $2^{-1} \times 3^{-1} = ?$ 12) $(10^2)^3 = ?$

د توانونو ویش (تقسیم)



آیا تر اوسه پورې مو خپل عکسونه د $\frac{1}{2}$ په اندازه کوچني کړي دي؟ د دې کار لپاره د ریاضي له کومې عملیې څخه کار اخلو؟

د ضرب د دوو طاقتونو لپاره مو وکولای شول، چې د توان او قاعدې په منځ کې اړیکه پیدا کړو. آیا کولی شئ ضرب ته ورته د ویش دوو طاقتونو ته اړیکه پیدا کړئ.

فعالیت

$$3^5 \div 3^4 = \frac{3^5}{3^4} = \frac{3^{\square} \times 3^4}{3^4} = 3^1 = 3^{5-\square}$$

تش ځایونه ډک کړئ.

د مقسوم، مقسوم علیه او د ویش د حاصل د توانونو تر منځ څه ډول اړیکه موجوده ده؟ آیا د ویش د ټولو طاقتونو لپاره، چې قاعدې یې مساوي، وي دا اړیکه تطبیق کیدای شي؟ په عمومي توګه که چیرې a حقیقي عدد، n او m تام عددونه وي په دې صورت کې لرو چې:

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

د دوو طاقتونو په ویش کې په داسې حال کې چې قاعدې یې سره مساوي وي له قاعدو څخه یوه قاعده ټاکو بیا د مقسوم له توان څخه د مقسوم علیه توان تفریق او د تفریق حاصل یې د ټاکلې قاعدې د توان په توګه لیکو.

مثال: لاندې ویشونه سرته ورسوئ.
حل:

a) $5^{-7} \div 5^{-1}$ b) $5^3 \div 5^3$

a) $5^{-7} \div 5^{-1} = 5^{-7-(-1)} = 5^{-7+1} = 5^{-6}$

b) $\frac{5^3}{5^3} = 5^{3-3} = 5^0$

فعالیت

تش ځایونه په مناسبو عددونو سره ډک کړئ.

$$12^3 \div 4^3 = \frac{12^3}{4^3} = \frac{\square \times 12}{4 \times \square \times 4} = \left(\frac{\square}{4}\right) \times \left(\frac{12}{\square}\right) \times \left(\frac{12}{4}\right) = \left(\frac{12}{4}\right)^3 = 3^3$$

له پورته فعالیت څخه لاندې پایله لاسته راځي. په عمومي توګه د a او b اختیاري حقیقي عددونو

لپاره په داسې حال کې چې $b \neq 0$ او n یو طبیعي عدد وي لیکلای شو، چې: $\left(\frac{a^n}{b^n}\right) = \left(\frac{a}{b}\right)^n$

د طاقتونو په ویش کې که چیرې قاعدې مختلفې او توانونه مساوي وي د صورت قاعده د مخرج په قاعدې باندې ویشو له توانونو څخه یو یې د ویش د حاصل د توان په توګه لیکو.

a) $25^4 \div 5^4 = ?$

b) $3^2 \div 10^2 = ?$

مثال:

حل: د طاقتونو د ویش له قاعدې لیکلای شو:

a) $(25 \div 5)^4 = 5^4$

b) $(3 \div 10)^2 = (0.3)^2$

که چیرې په ویش کې د مقسوم او مقسوم علیه قاعدې او توانونه یو له بله سره توپیر ولري د ویش د حاصل د پیدا کولو لپاره باید هر عدد په خپل توان ولیکل شي او اړوند عدد یې په لاس راوړل شي.

یادونه: پورتنی قوانین په داسې حال کې چې m او n حقیقي عددونه وي هم سم دي.

تمرین

1- د ویش د قانون په کارولو سره لاندې پوښتنې حل کړئ.

1) $\left(\frac{1}{2}\right)^4 \div \left(\frac{1}{2}\right)^3 = ?$

2) $13^7 \div 13^8 = ?$

3) $\frac{12^6}{12^5} = ?$

4) $\frac{7^5}{7^3} = ?$

5) $\frac{8^5}{8^3} = ?$

6) $6^3 \div 2^3 = ?$

$a^m - a^n \neq a^{m-n}$

2- په مثال کې وینیاست چې:

$(a - b)^n \neq a^n - b^n$

د صفر او منفي توان

$$2^3 = ?$$

$$2^0 = ?$$

$$2^{-1} = ?$$

2^3 پيدا كړئ .

آيا كولى شو د 2^0 مساوي عدد پيدا كړو؟

آيا عددونه د صفر په توان ليكلای شو؟

آيا عددونه د منفي عدد په توان سره هم ليكلای شو؟

فعالیت

لاندي جدول بشپړ كړئ.

توان لرونكى عدد	$2^4 \div 2$	$2^3 \div 2$	$2^2 \div 2$	$2^1 \div 2$
حاصل يې	8			

- د جدول په لومړۍ ليكه كې د توانونو تر منځ څه اړيکه وجود لري؟
- د جدول دويمې ليكې د عددونو تر منځ څه ډول اړيکه پيدا كولاى شئ؟
- د جدول لومړۍ ليكې ته ادامه ورکړئ د 2^0 وروستى ورپسې عدد وليکئ، د دويمې ليكې عددونو تر منځ د اړيکې له مخې د 2^0 لپاره کوم عدد په دويمه ليکه کې ليکلای شئ؟
- پورته جدول د 3 عدد لپاره بشپړ كړئ.
- لاندي جدول د $a \neq 0$ عدد لپاره بشپړ كړئ.

توان لرونكى عدد	$a^4 \div a$	$a^3 \div a$	$a^2 \div a$	$a^1 \div a$
حاصل يې	a^3			

- د جدول لومړۍ ليکې ته ادامه ورکړئ، د a^0 ورپسې وروستى عدد وليکئ. د دويمې ليکې عددونو تر منځ د اړيکې له مخې د a^0 لپاره څه ډول عدد په دويمې ليکې کې ليکلای شئ؟

له پورتنۍ فعاليت څخه داسې پايله لاسته راځي چې پرته له صفر ($a \neq 0$) دبل هر عدد لپاره $a^0 = 1$ دى.

فعالیت

لاندي جدول په پام کې ونیسئ:

توان لرونکی عدد	3^3	3^2	3^1	3^0	3^{-1}
حاصل یې	27	9	3	1	

- د جدول د لومړۍ او دویمې لیکې عددونو تر منځ څه ډول اړیکه پیدا کولای شئ؟
- د جدول لومړۍ لیکې ته ادامه ورکړئ وروستی ورپسې توان لرونکی عدد یعنې 3^{-1} ولیکئ.

اوس د دویمې لیکې عددونو تر منځ د اړیکې له مخې د 3^{-1} او 3^{-2} لپاره کوم برابر عددونه پیدا کولای شئ.

- د $a \neq 0$ عدد لپاره پورتنی جدول د a توانونو لپاره ولیکئ. د a^{-1} او a^{-2} لپاره د کومو عددونو گومان کولای شئ.

له پورتنی جدول څخه داسې پایله لاسته راځي، چې د a حقيقي عدد لپاره په داسې حال کې

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad \text{چې } a \neq 0 \text{ وي، لیکلای شو:}$$

مثال: د $(1.3)^{-3}$ او $(-15)^{-21}$ افادې د مثبت توان په ډول ولیکئ.

حل: $(-15)^{-21} = \frac{1}{(-15)^{21}}$ ، $(1.3)^{-3} = \frac{1}{(1.3)^3}$

تمرین

1- لاندي افادې د مثبت توان په ډول ولیکئ.

a) 5^{-2} b) $(\sqrt{7})^{-5}$ c) $(\frac{1}{3})^{-3}$ d) $(2\pi)^{-3}$

2- لاندي افادې د منفي توان په ډول ولیکئ.

a) 0.0001 b) $\frac{1}{b^2}$ c) $\frac{1}{6^4}$ d) $\frac{1}{3^{11}}$

کسري توانونه او قوانين يې

$$\frac{a^3}{a^2} = a^{3-2} = a = a$$

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

تاسو مخ کې توانونه ولوستل، آیا کولای شئ همغه قوانين په کسري توانونو باندې هم تطبيق کړئ.

فعالیت

- آیا د $\sqrt{16}$ او $\sqrt{-16}$ یو له بل سره مساوي دي؟
- $\sqrt[3]{-8}$ او $\sqrt[3]{8}$ له څو سره مساوي کيږي؟
- آیا \sqrt{a} د توان په شکل ليکلی شو؟ $\sqrt[n]{a}$ د توان په شکل وليکئ.

کولای شو پورته فعالیت داسې بيان کړو:

د حقيقي عددونو په سيټ کې منفي عددونه جذرالمربع نه لري، خو هر عدد که مثبت يا منفي وي جذر مکعب يا دريم جذر لري.

په عمومي توگه يو جذر لرونکی عدد داسې ليکل کيږي:

$$\sqrt[n]{a}, \text{ داسې لوستل کيږي (د } n, a \text{ ام جذر).}$$

د يوه عدد n ام جذر له هغه عدد څخه عبارت دی چې که چيرې هم هغه عدد د n په توان

لور شي تر جذر لاندې عدد په لاس راشي. تر جذر لاندې عدد توان

$$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

د جذر درجه

په یاد ولرئ: که چيرې د يوه عدد توان او د جذر درجه يو له بل سره مساوي، وي داسې

پايله لاسته راځي:

$$\sqrt[n]{a^n} = a^{\frac{n}{n}} = a^1 = a$$

فعالیت

لاندي تش ځايونه ډک کړئ

$$a^{\square} + 2a^{\frac{1}{3}} = \square a^{\frac{1}{3}} = 3\sqrt[3]{a} \quad , \quad 3a^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{1}{5}} = 2a^{\frac{1}{10}} = 2 \cdot \sqrt[10]{a}$$

کولای شول پورته فعالیت څخه لاندي پایله په لاس راوړو:

I- که چېرې قاعدې او کسري توانونه سره مساوي وي د اختياري a لپاره په داسې حالت کې چې

$a \in \mathbb{R}$ او $a \neq 0$ وي ليکلی شو:

مثال:

$$2(15)^{\frac{1}{3}} + 3(15)^{\frac{1}{3}} - 15^{\frac{1}{3}} = (2+3-1)(15)^{\frac{1}{3}} = 4\sqrt[3]{15}$$

II- که چېرې د وېش په عملیه کې قاعدې مشابه او کسري توانونه مختلف يا مساوي وي،

په داسې حال کې $a \in \mathbb{R}$ او $a \neq 0$ وي لرو، چې:

$$\frac{a^{\frac{1}{m}}}{a^{\frac{1}{n}}} = a^{\frac{1}{m} - \frac{1}{n}} = a^{\frac{n-m}{m \cdot n}} = \sqrt[m \cdot n]{a^{n-m}}$$

مثال:

$$\frac{5^{\frac{3}{4}}}{5^{\frac{2}{3}}} = 5^{\frac{3}{4} - \frac{2}{3}} = 5^{\frac{1}{12}} = \sqrt[12]{5}$$

III- په عمومي توگه د ضرب په عملیه کې وېلای شو چې که چېرې قاعدې مختلفې او

کسري توانونه يې مساوي وي، په داسې حال کې چې a, b, c او حقيقي عددونه او د صفر

$$a^{\frac{1}{n}} \cdot b^{\frac{1}{n}} \cdot c^{\frac{1}{n}} = (a \cdot b \cdot c)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{abc}$$

خلاف وي:

مثال:

$$(7)^{\frac{-5}{8}} \cdot (6)^{\frac{-5}{8}} \cdot (4)^{\frac{-5}{8}} = (7 \cdot 6 \cdot 4)^{\frac{-5}{8}} = \sqrt[8]{(7 \cdot 6 \cdot 4)^{-5}} = \frac{1}{\sqrt[8]{(7 \cdot 6 \cdot 4)^5}}$$

IV:

$$(a^{\frac{1}{n}})^{\frac{1}{m}} = a^{\frac{1}{n} \cdot \frac{1}{m}} = a^{\frac{1}{m \cdot n}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$$

مثال:

$$(a^{\frac{1}{4}})^{\frac{1}{2}} = ?$$

حل:

$$(a^{\frac{1}{4}})^{\frac{1}{2}} = (a)^{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2}} = (a)^{\frac{1}{8}} = \sqrt[8]{a}$$

د کسرونو ناطق يا گویا کول

$$\sqrt{2} \approx ?$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \approx ?$$

د $\sqrt{2}$ تقریبي قیمت مو پیدا کړ، په تقریبي توگه د $\frac{1}{\sqrt{2}}$ قیمت خو دی؟

په عمومي توگه په هغو عددونو باندې چې د کسر مخرچ جذر ونلري کارکول آسان دي. که چیرې د کسر په مخرچ کې جذري عدد وي نو دا ډول عددونه باید له جذر څخه وباسو، داسې چې د کسر په مخرچ کې جذري عدد نه وي، خو دا کار په څه ډول باید سرته ورسوو؟

فعالیت

$$\sqrt{3} \times \square = \sqrt{6}$$

$$\sqrt{2} \times \square = 2$$

$$\frac{15}{\sqrt{5}} = \frac{15 \times \square}{\sqrt{5} \times \square} = \frac{15 \square}{5} = 3\sqrt{5}$$

تش ځایونه په مناسبو عددونو سره ډک کړئ:

د پورتنی فعالیت له مخې د یو کسر د مخرچ جذر المربع د له منځه وړلو لپاره کولای شو د کسر صورت او مخرچ د هغه په مخرچ کې ضرب کړو.

مثال: آیا کولی شو چې د $\frac{1}{\sqrt{2}}$ په عدد کې د مخرچ جذر المربع له منځه یوسو؟

حل: ددې لپاره صورت او مخرچ په $\sqrt{2}$ کې ضرب کوو:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

فعالیت

تش خایونه ډک کړئ:

$$\sqrt[3]{8} = (\sqrt[3]{2})^{\square} = \square$$

$$\sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{\square^3} = \square$$

$$\sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{\square^{\square}} = 2$$

$$\sqrt[3]{9} \times \sqrt[3]{\square} = \sqrt[3]{\square^3} = \square$$

$$\frac{6}{\sqrt[3]{4}} = \frac{6 \times \square}{\sqrt[3]{2^2} \times \sqrt[3]{2}} = \frac{6\sqrt[3]{\square}}{\sqrt[3]{2^3}} = \frac{\square \sqrt[3]{2}}{2} = 3\sqrt[3]{2}$$

له پورته فعالیت څخه داسې پایله لاس ته راځي چې، د مخرج د دریم جذر د له منځه وړلو لپاره باید صورت او مخرج د داسې عدد په دریم جذر کې ضرب کړو، ترڅو تر جذر لاندې عدد د 3 توان ته لوړ شي.

مثال: لاندې کسرونه گویا (ناطق) کړئ:

a) $\frac{2}{\sqrt[3]{4}}$ b) $\frac{5}{\sqrt[3]{5}}$

$$a) \frac{2}{\sqrt[3]{4}} = \frac{2}{\sqrt[3]{2^2}} = \frac{2 \times \sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2^2} \times \sqrt[3]{2}} = \frac{2\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2^3}} = \frac{2\sqrt[3]{2}}{2} = \sqrt[3]{2}$$

حل:

$$b) \frac{5}{\sqrt[3]{5}} = \frac{5 \times \sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{5^2}} = \frac{5\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5^3}} = \frac{5\sqrt[3]{5^2}}{5} = \sqrt[3]{5^2} = \sqrt[3]{25}$$

تمرین

1- لاندې کسرونه گویا (ناطق) کړئ:

1) $\frac{1}{\sqrt{5}}$

2) $\frac{1}{\sqrt{7}}$

3) $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

4) $\frac{6}{\sqrt[3]{9}}$

5) $\frac{\sqrt{6}}{3\sqrt{3}}$

6) $\frac{2}{\sqrt[3]{4}}$

د لومړي فصل مهم ټکي

● حقيقي عددونه

- 1- د ناطق او غير ناطق عددونو د سيټ يووالي (اتحاد) د حقيقي عددونو د سيټ په نامه يادېږي.
- 2- د عددونو د محور هر ټکي يو حقيقي عدد او برعکس هر حقيقي عدد د عددونو د محور له يوه ټکي سره مطابقت کوي.

● د حقيقي عددونو خواص

- 1- د بدلون (تبديلي) خاصيت
- 2- د يووالي (اتحادي) خاصيت
- 3- د توزيعي خاصيت (په جمعي باندې د ضرب توزيعي خاصيت)

● د عددونو تقريبي جذرالمربع

- 1 - په عمومي طريقي سره د نامو او اعشاري عددونو د جذرالمربع پيدا کول.

- 2 - د وسطي قيمت په طريقي

● د جذرونو ضرب او ویش

1- د جذرونو ضرب $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$

2- د جذرونو ویش $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

- په جذري عددونو کې يوازې ورته جذرونه يعنې چې د جذرونو درجې او تر جذر لاندې عددونه يو شی وي، يو له بله سره جمع او يا تفریق کولای شو.

توانونه او قوانین يې:

1- $a^0 = 1$ ، $a \neq 0$ ، a حقيقي عدد دی.

2- $a^{-1} = \frac{1}{a}$ ، $a \neq 0$ ، a حقيقي عدد دی.

3- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ ، $a \neq 0$ ، a حقيقي عدد دی.

4- د توانونو ضرب $a^n \times b^n = (a \times b)^n$ ، $a^m \times a^n = a^{m+n}$ ، $(a^m)^n = a^{m \times n}$

5- د توانونو ویش $a \neq 0$ ، $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ ، $b \neq 0$ ، $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$

- د کسرونو ناطق يا گویا کول: د کسرونو د گویا کولو لپاره د کسر مخرځ له جذر باسو.

د لومړي فصل پوښتنې

I. لاندې مساواتونه او عبارتونه په پوره پاملرنې سره ولولئ، تش ځايونه يې په مناسبو عددونو او کلمو ډک کړئ.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots -1$$

$$a^{-8} \div a^{-1} = \dots\dots\dots -2$$

$$5^9 \times \dots\dots\dots = (5 \times 7)^9 -3$$

-4 د π عدد يو $\dots\dots\dots$ عدد دی.

II. لاندې پوښتنې په ځير ولولئ که چيرې سمې وي د(س) توری او که چيرې ناسمې وي د(ن) توری يې مخې ته وليکئ.

1- () د نسبي عددونو او تامو عددونو يووالي (اتحاد) د حقيقي عددونو د سيټ په نامه يادوي.

2- () په حقيقي عددونو کې د ضرب توزيحي خاصيت د جمعې په عمليې باندې سم دی.

3- () $\sqrt{3}$ غير ناطق عدد دی.

$$a^n = \frac{1}{a^{-n}} \quad () -4$$

III. د لاندې پوښتنو لپاره څلور ځوابونه درکړل شوي دي، سم ځواب يې پيدا او کرښه ترې تاو کړئ.

$$\frac{4^7}{4^5} = ? -1$$

- a) 4^0 b) 4^2 c) 4^{-1} d) 4^1

$$(6y^3z^2)^2 = ? -2$$

- a) $36y^6z^4$ b) $36y^3z^4$ c) $36y^6z^2$ d) درې واړه غلط دي

$$\sqrt{81 \times 9} = ? -3$$

- a) 27 b) $\frac{1}{27}$ c) 24 d) 25

$$\sqrt{\frac{49a^4}{144b^4}} = ? -4$$

$$a) \frac{8a^2}{12b^2}$$

$$b) \frac{7a^2}{12}$$

$$c) \frac{7a}{12b^2}$$

$$d) \frac{7a^2}{12b^2}$$

5- کوم دوه جذر لرونکی عددونه سره ورته دی؟

$$a) 2\sqrt{3} \quad , \quad 3\sqrt{2}$$

$$b) 5\sqrt{2} \quad , \quad 3\sqrt{2}$$

$$c) 5\sqrt{3} \quad , \quad 2\sqrt{5}$$

$$d) 6\sqrt{3} \quad , \quad \sqrt[3]{3}$$

IV. لاندې پوښتنې حل کړئ:

$$6\sqrt{125a^2} + \sqrt{5a^2} = ? -1$$

$$-2 \text{ د } \sqrt{0.5} \text{ تقریبي قیمت حساب کړئ.}$$

3- لاندې افادې ساده کړئ:

$$a) (-25a^2b^2)^6 = ? \quad b) (-4a \times 2a)^2 = ? \quad c) (-2^4x)^3$$

4- د 2475 دویم جذر پیدا او بیا یې وازموئ.

5- لاندې افادې ساده کړئ:

$$(625a^2b^2)^6 \quad , \quad (-10^3)^5 \quad , \quad (-4q^2p^3)^4$$

6- لاندې افادې د مثبت توان په ډول ولیکئ.

$$(27)^{-7} \quad , \quad (9x^2)^{-4} \quad , \quad (6ab)^{-6}$$

7- لاندې افادې د منفي توان په ډول ولیکئ.

$$\frac{1}{(36)^2} \quad , \quad \frac{26}{(16)^6} \quad , \quad \frac{-ab}{(cd)^4}$$

8- لاندې افادې ساده کړئ:

$$(-6)^3 \cdot (-6)^{-5}, \quad (13a^2)^6, \quad \left\{ \left(\frac{1}{4}xy \right)^2 \right\}^6$$

$$\left(\frac{1}{2} \right)^{-1} \times \left(\frac{1}{6} \right)^{-1}, \quad \left(\frac{1}{3} \right)^{-4} \times \left(\frac{1}{5} \right)^{-4}, \quad \sqrt{144} \times \sqrt{169}$$

9- لاندې افادې يو په بل کې ضرب کړئ:

a) $(3\sqrt{8} + 2)(\sqrt{2} - 3\sqrt{7})$

b) $(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{5} - \sqrt{3})$

10- په دوو عددي مثالونو کې وښیاست، چې: $a^m + a^n \neq a^{m+n}$

11- په دوو عددي مثالونو کې وښیاست، چې: $(a+b)^2 \neq a^2 + b^2$

12- په دوو عددي مثالونو کې وښیاست، چې: $a^m - a^n \neq a^{m-n}$

13- په دوو عددي مثالونو کې وښیاست، چې: $(a-b)^2 \neq a^2 - b^2$

14- لاندې افادې ساده او د جذر په ډول یې ولیکئ:

a) $5(25)^{\frac{1}{7}} + 7(25)^{\frac{1}{7}} + 4(25)^{\frac{1}{7}} = ?$ b) $36(15)^{\frac{6}{7}} - 17(15)^{\frac{6}{7}} = ?$

c) $\frac{(7)^{\frac{3}{5}}}{(7)^{\frac{3}{5}}} = ?$ d) $\frac{(17)^{\frac{2}{9}}}{(17)^{\frac{2}{3}}} = ?$ e) $(17^{\frac{3}{8}})^{\frac{1}{2}} = ?$

f) $(19^{\frac{5}{7}})^{\frac{2}{3}}$

دویم فصل

مالی محاسبی







د اوبو په هر مالیکول کې د هایډروجن او اوكسیجن کیمیاوي فرمول ولیکئ؟ د هایډروجن او اوكسیجن د اتمونو نسبت څو دی؟

فعالیت

یو مالیکول اوبه له دوو برخو هایډروجن او یوې برخې اوكسیجن څخه ترکیب شوي دي. په لاندې جدول کې د هایډروجن او، اوكسیجن نسبت ولیکئ.

د اوبو مالیکولونه	1	2	3	4	5
د هایډروجن او، اوكسیجن نسبت	$\frac{2}{1} = 2$				$\frac{10}{5} = 2$

آیا د اوبو د بیلابیلو مالیکولونو لپاره د هایډروجن نسبت پر اوكسیجن باندې ثابت دی؟

مثال: که چېرې د یوې کوچني سور 3 متره او اوږدوالي 5 متره وي د سور او اوږدوالي نسبت یې څو دی؟

حل:
 $\frac{3 \text{ متر}}{5 \text{ متر}} = \frac{3}{5}$ یا $3 \div 5$

فعالیت

- د 6cm په اوږدوالي او 3cm په سور یو مستطیل رسم کړئ. محیط او مساحت یې پیدا کړئ.
- د 4cm په اوږدوالي او 2cm په سور داسې یو بل مستطیل رسم کړئ چې د لومړي مستطیل د اوږدوالي نسبت د دویم مستطیل په اوږدوالي باندې او د لومړي مستطیل سور د دویم مستطیل پر سور باندې 3 پر 2 وي.

- د دویم مستطیل محیط او مساحت پیدا کړئ.
- د لومړي مستطیل د محیط نسبت د دویم مستطیل پر محیط باندې څو دی؟
- د لومړي مستطیل د مساحت نسبت د دویم مستطیل پر مساحت باندې څو دی؟
- د دې نسبتونو تر منځ څه ډول اړیکه پیدا کولای شئ.

تعریف

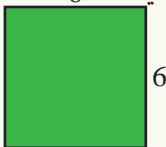
د دوو همجنسو (یوشان) کمیټونو یا مقدارونو تر منځ نسبت له هغه عدد څخه عبارت دی چې وینې لومړی کمیټ د دویم کمیټ څو برابره دی یا یو کمیټ د بل کمیټ څومه برخه ده او یا دویم کمیټ څوځلی په لومړی کمیټ کې شامل دی.

د دوو عددونو نسبت عموماً د کسري کرښې یا : او ÷ نښو په واسطه ښيي.

مثال: کولای شو د 5 پر 3 نسبت د $5 \div 3$ ، $\frac{5}{3}$ یا 5:3 په ډول وښیو.

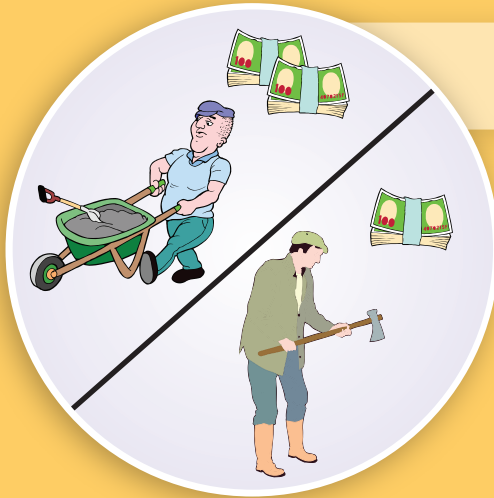
تمرین

- 1- د یوې دایرې 4 پر 7 برخې نسبت د یوې دایرې د 16 پر 28 برخې له نسبت سره پرتله کړئ.
- 2- که چېرې د یوه ټولګي د لومړي ګروپ د زده کوونکو شمیر 25 تنه او د دویم ګروپ شمیر 40 تنه وي، د دویم ګروپ د زده کوونکو شمیر پر لومړي ګروپ باندې پیدا کړئ.
- 3- یوه مربع د 3 واحد په اوږدوالي سره داسې رسم کړئ چې د دویمې مربع ضلعي د اوږدوالي نسبت د لومړي (د لاندې رسم شوې مربعي) په ضلعي باندې له $\frac{1}{2}$ سره برابره وي.



د دویمې مربع د محیط نسبت د لومړي مربع په محیط باندې او د دویمې مربع د مساحت نسبت د لومړي مربع په مساحت باندې پیدا کړئ.

په متناسبو اجزاو باندې ویشل Proportional division



دوه وروڼه په گډه یوه ودانۍ جوړوي. که چېرې یو یې له بل څخه زیات کار کړی وي، آیا فکر کوئ چې دواړو ته باید په یوه اندازه اجوره ورکړه شي؟
څرنګه پیدا کولای شو چې هر یوه ته باید څومره پېسې ورکړ شي؟

فعالیت

یوه ورځ د یوه ټولګی زده کوونکو پرېکړه وکړه چې میله وکړي. یوه زده کوونکي وویل زه درې دانې هګۍ او څلور دانې منې راوړم. ټولو وویل موږ هم همدا شیان راوړو. یعنې پرېکړه یې وکړه چې له هرو درېو هګیو سره څلور دانې منې راوړي.

- لاندې جدول بشپړ کړئ.

هګۍ	3	6	9
منې	4		
د هګیو او منو مجموعه	7		

- د هګیو د شمېر نسبت د هګیو او منو د مجموعه پر شمېر باندې په پورته هر یوه حالت کې پیدا کړئ.
- د نسبتونو په منځ کې یې څه ډول اړیکه موجوده، ده؟

له پورته فعالیت څخه پایله په لاس راځي چې: دوه مقدار هغه وخت سره متناسب دي. چې د هر مقدار نسبت په مجموعه د هم هغو دوو مقدارو باندې تل یو ثابت عدد وي. له دې پایلې څخه کولای شو د پوښتنو په حل کې کار واخلو.

فعالیت

واقعی مقدار	نسبتی مقدار	
	4	اوردوالی
	3	سور
280		محیط
		مساحت

د یوې مستطیل ډولې ځمکې د اوردوالی او سور نسبت 4 پر 3 دی. که چیرې ددې ځمکې محیط 280 متره وي مساحت یې څو متره مربع دی؟
ددې پوښتنې ځواب لپاره مخامخ جدول بشپړ کړئ:

ددې لپاره چې یو عدد په راکړې شوو نسبتونو باندې ویشو، لومړی د راکړل شوو نسبتونو د جمعې حاصل په لاس راوړو، وروسته له هغه مفروض عدد د جمعې حاصل باندې ویشو او د وېش حاصل یې د نسبتونو په هر یوه عدد کې ضربوو. کوم عددونه چې لاس ته راځي، د راکړې شوو نسبتونو اړوند عددونه دي.

مثال: غواړو چې 27000 افغانی د احمد او مسعود ترمنځ د 2 پر 3 په نسبت ووېشو. لومړی لاندې جدول بشپړ کړئ.

مجموعه	مسعود	احمد
5	3	2
27000	y	x

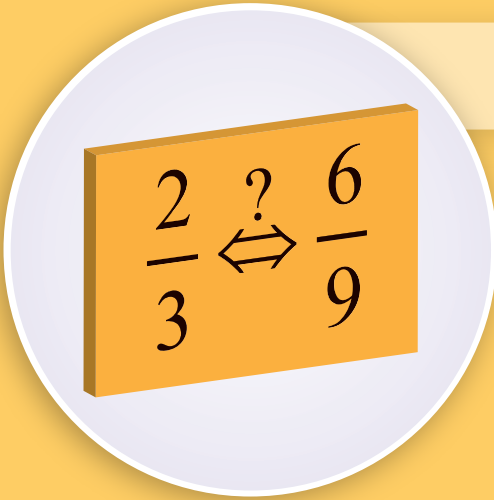
$$x = \frac{27000}{5} \times 2 = 5400 \times 2 = 10800 \quad \text{د احمد برخه:}$$

$$y = \frac{27000}{5} \times 3 = 5400 \times 3 = 16200 \quad \text{د مسعود برخه:}$$

تمرین

- 1- که چیرې د دوو عددونو نسبت $\frac{3}{5}$ او دویم عدد یې 25 وي، بل عدد یې معلوم کړئ.
- 2- دوه تنه په گډه کار کوي چې د هغو د پیسو مجموعه 280 افغانی او نسبت یې $\frac{3}{4}$ دی. آیا پیدا کولای شئ چې لومړي تن او دویم تن هر یوه څو افغانی اخیستي دي.
- 3- د \overline{AB} د ټوټه کرښې اوردوالی 32cm دی د M ټکی داسې وټاکئ چې نوموړې ټوټه کرښه د $\frac{\overline{AM}}{\overline{BM}} = \frac{3}{5}$ په نسبت ویشي د \overline{AM} او \overline{BM} اوردوالی پیدا کړئ.
- 4- 320 مننه غنم په دريو تنو بزگرانو باندې د 9، 7 او 5 په نسبت ویشی.

تناسب Proportion



- د $\frac{3}{5}$ په نسبت کې خو عددونه وینئ؟
- د $\frac{2}{3}$ او $\frac{6}{9}$ نسبتونو ترمنځ څه ډول اړیکه شته؟
- کولای شئ یو بل نسبت راوړئ چې له پورتنیو نسبتونو سره مساوي وي.

فعالیت

د پنسل پاکونو او قلمونو د شمېرو نسبت 3 پر 4 دی.

1- د پنسل پاکونو د شمېر او قلمونو د شمېر د نسبت په پام کې نیولو سره لاندې جدول بشپړ کړئ:

د پنسل پاکونو شمېر	3	6
د قلمونو شمېر	4	
نسبت		

- د پنسل پاکونو د شمېر نسبت پر قلمونو باندې په هر یوه درکړ شوي نسبت کې یو له بله سره پرتله کړئ.
- د نسبتونو په پورته مساوات کې یعنې $3:4=6:8$ د کومو جوړو عددونو د ضرب حاصل یو له بل سره مساوي دي؟ ولې؟

هغه وخت څلور مقدار یو تناسب جوړوي چې د لومړي او دویم مقدار نسبت د دریم او څلورم مقدار له نسبت سره مساوي وي.

مثال: په لاندې نسبتونو کې مساوي نسبتونه وښیاست:

$$\frac{5}{8}, \frac{9}{6}, \frac{3}{6}, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}$$

حل: که چیرې د $\frac{3}{6}$ صورت او مخرج اختصار کړو، یعنې د هغه صورت او مخرج په 3 وویشو $\frac{1}{2}$ لاس ته راځي. نو ویلای شو چې دواړه نسبتونه یو له بله سره مساوي دي.

$$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

په را کرل شوو نسبتونو کې داسې یو نسبت پیدا کولای نشو چې له $\frac{5}{8}$ سره مساوي وي.

تعریف

د دوو نسبتونو مساواتو ته تناسب وايي، مثلاً $\frac{5}{8} = \frac{10}{16}$ یو تناسب دی چې د $\frac{5}{8}$ او $\frac{10}{16}$ نسبتونو څخه لاس ته راغلی دی.

پورتنی تناسب په لاندې شکل هم لیکلای شو:

$$5 : 8 = 10 : 16$$

دلته د لومړي نسبت صورت او دویم نسبت مخرج د طرفینو په نامه یادوي همدارنگه د لومړي نسبت مخرج او دویم نسبت صورت د وسطینو په نامه یادوي.

$$5 : 8 = 10 : 16$$

تمرین

1- په لاندې نسبتونو کې کومه جوړه یو له بله سره یو تناسب جوړوي؟

a) $\frac{3}{8}$, $\frac{12}{30}$

c) $\frac{7}{3}$, $\frac{35}{15}$

b) $\frac{2}{5}$, $\frac{40}{100}$

d) $\frac{49}{35}$, $\frac{7}{5}$

2- د یوه تناسب درې حده در کرل شوي دي، نامعلوم حد یې پیدا کړئ:

a) $\frac{2}{6} = \frac{5}{\square}$

b) $\frac{14}{8} = \frac{7}{\square}$

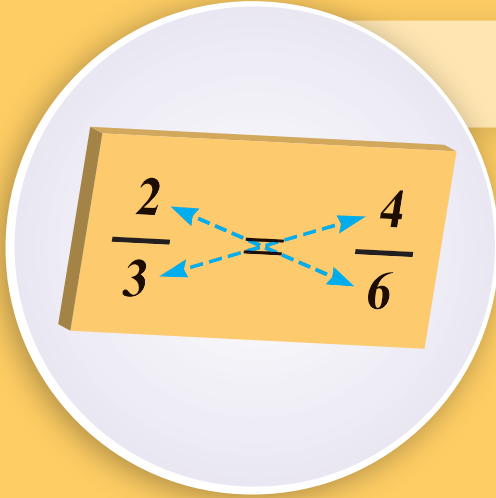
c) $\frac{1}{3} = \frac{2}{\square}$

d) $\frac{\square}{9} = \frac{3}{27}$

e) $\frac{\square}{8} = \frac{6}{12}$

f) $\frac{\square}{14} = \frac{21}{7}$

د تناسب خواص Properties of proportion



- څلور عددونه داسې وټاکئ چې یو تناسب جوړ کړي.
- په جوړ شوي تناسب کې د عددونو تر منځ څه ډول اړیکه پیدا کولای شئ؟

فعالیت

د درکړشو قیمتونو په پام کې نیولو سره لاندې جدول بشپړ کړئ.

a	b	c	d	$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{d}$	a . d	b . c
4	12	2	6	$\frac{4}{12}$			
5	20		8		$\frac{2}{8}$	40	

- د $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ په تناسب کې a او d او همدارنگه b او c په څه نامه یادېږي؟
- د پورته جدول په کارولو سره د درکړ شوو عددونو تر منځ اړیکې وویاست.

په عمومي توګه ویلای شو:

لومړۍ خاصیت: دوه مساوي نسبتونه یو تناسب جوړوي د طرفینو او وسطینو د ضرب حاصل یې یو له بله سره مساوي دي.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

مثال: د طرفینو او وسطینو تر منځ د خاصیت په کارولو سره په لاندې تناسب کې نامعلوم جز پیدا

$$\frac{2}{5} = \frac{\square}{12}$$

$$2 \times 12 = 5 \times \square$$

$$\square = 24 \div 5 = 4.8$$

کړئ:

حل:

فعالیت

د درکړ شوو قیمتونو په پام کې نیولو سره لاندې جدول بشپړ کړئ:

a	b	c	d	$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{d}$	$\frac{a}{c}$	$\frac{b}{d}$	$\frac{d}{b}$	$\frac{c}{a}$
3	4	6	8	$\frac{3}{4}$					
9	12	21	28			$\frac{9}{21} = \frac{3}{7}$			

• د پورته جدول له مخې د درکړ شوو عددونو تر منځ اړیکې وویاست.

په عمومي توګه ویلای شو:

دویم خاصیت: که چیرې په یوه تناسب کې د وسطینو ځایونه بدل شي یو نوی تناسب لاس ته راځي.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

درېم خاصیت: که چیرې په یوه تناسب کې د طرفینو ځایونه سره بدل کړو، یو نوی تناسب جوړېږي.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{d}{b} = \frac{c}{a}$$

مثال: د یوه مستطیل د اوږدوالي او سور نسبت $\frac{4}{3}$ دی. ددې مستطیل اوږدوالي او سور دوه برابره کوو، د نوی مستطیل د اوږدوالي او سور نسبت څومره دی؟ آیا د دواړو مستطیلونو د اوږدوالي او سور نسبتونه یو تناسب جوړوي؟

حل: د نوی مستطیل د اوږدوالي او سور نسبت $\frac{8}{6}$ دی. $\frac{4}{3} = \frac{8}{6} \Rightarrow 4 \times 6 = 8 \times 3$

څرنگه چې د مستطیلونو د اوږدوالي او سور نسبتونه یو له بل سره مساوي دي، یعنې $\frac{4}{3} = \frac{8}{6}$ دی، نو ددې مستطیلونو د اوږدوالي او سور نسبتونه یو تناسب جوړوي.

فعالیت

د درکړ شوو قیمتونو له مخې لاندې جدول بشپړ کړئ.

a	b	c	d	$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{d}$	$\frac{b}{a}$	$\frac{d}{c}$
2	3	8	12	$\frac{2}{3}$		$\frac{3}{2}$	
6	9	10	15		$\frac{10}{15}$		

• د تیر مخ جدول له مخې د درکړ شوو عددونو ترمنځ اړیکه وویاست.

په عمومي توګه ویلای شو:

څلورم خاصیت: که چېرې دوه نسبتونه یو تناسب جوړ کړي، د هغو سرچپه (معکوس) هم یو

تناسب جوړ وي.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c}$$

فعالیت

د درکړل شوو قیمتونو له مخې لاندې جدول بشپړ کړئ.

a	b	c	d	$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{d}$	$\frac{a+b}{b}$	$\frac{c+d}{d}$	$\frac{a-b}{b}$	$\frac{c-d}{d}$
6	9	12	18	$\frac{6}{9}$		$\frac{6+9}{9}$			
12	18	24	36		$\frac{24}{36}$				

• د $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ د تناسب له مخې د درکړل شوو عددونو ترمنځ رابطه (اړیکه) وویاست.

پنځم خاصیت: که چېرې دوه نسبتونه یو تناسب جوړ کړي او د هر نسبت مخرچ له صورت سره جمع او حاصل یې پر مخرچ ولیکو بیا هم یو تناسب لاس ته راځي.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$$

شپږم خاصیت: که چېرې په یو تناسب کې د هر نسبت مخرچ له صورت څخه تفریق او حاصل یې پر مخرچ ولیکو آیا کوم نوی تناسب جوړیږي؟ د مثال په واسطه یې څرګند کړئ.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$$

فعالیت

د درکړل شوو قیمتونو له مخې لاندې جدول بشپړ کړئ.

a	b	c	d	$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{d}$	$\frac{a+c}{b+d}$
1	2	7	14		$\frac{7}{14}$	
3	4	6	8			$\frac{3+6}{4+8}$

• د $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ د تناسب له مخې د درکړ شوو عددونو تر منځ رابطه وویاست.

اووم خاصیت: که چېرې په یوه تناسب کې صورتونه یو له بله سره جمع او په صورت کې او مخرونه یو له بل سره جمع او په مخروج کې ولیکل شي، نو نوی نسبت منځ ته راځي چې له هر راکړل شوي نسبت سره مساوي دی. **مثلاً:**

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+c}{b+d} \quad \frac{3}{4} = \frac{6}{8} \Rightarrow \frac{3+6}{4+8} = \frac{9}{12}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{9}{12} \Rightarrow 3 \times 12 = 4 \times 9$$

$$\frac{6}{8} = \frac{9}{12} \Rightarrow 6 \times 12 = 9 \times 8$$

تمرین

1- لاندې مساواتونه په درکړل شوو عددونو کې وښایاست:
• که چېرې $a = 10$ ، $b = 5$ ، $c = 30$ او $d = 15$ وي:

$$\frac{b}{a-b} = \frac{d}{c-d}$$

• که چېرې $a = 8$ ، $b = 9$ ، $c = 32$ او $d = 36$ وي:

$$\frac{b}{a+b} = \frac{d}{c+d}$$

2- که چېرې $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ وي څرنگه کولی شوه د تناسب د خاصیت په کارولو سره د $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$ تناسب په لاس راوړو؟



د تناسب ډولونه

1- مستقیم تناسب Direct proportion

- د ټولګی څارونکی د لاسې کارونو د جوړولو لپاره هر زده کوونکي ته 2 بستې رنگه کاغذ ورکوي.
- که چېرې اتم ټولګی 20 زده کوونکي ولري څو بستو رنگه کاغذ ته اړتیا ده تر څو ټولو زده کوونکو ته یې ورکړي؟

فعالیت

د یو کیلو ګرام او 10 کیلو ګرامه بورې د بیې په پام کې نیولو سره لاندې جدول بشپړ کړئ

اندازه (مقدار)	1 کیلو ګرام	2 کیلو ګرامه	3 کیلو ګرامه	4 کیلو ګرامه	5 کیلو ګرامه
بیې	50 افغانی				

اندازه (مقدار)	10 کیلو ګرامه	9 کیلو ګرامه	8 کیلو ګرامه	7 کیلو ګرامه	6 کیلو ګرامه
بیې	500 افغانی				

- د بورې د اندازې په زیاتېدو سره د هغې بیې څه ډول بدلون مومي؟
- د بورې د اندازې په لږېدو سره دهغې بیې څه ډول بدلون کوي؟
- د بورې د اندازې او بیې ترمنځ څه ډول اړیکه وجود لري؟

له پورته فعالیت څخه ویلی شو چې:

د بورې اندازه د هغې له بیې سره مستقیمه اړیکه لري یعنې، په هره اندازه چې بوره زیاته شي بیې یې هم زیاتېږي او په هر اندازه چې بوره کمه شي بیې یې هم کمېږي.

تعريف

په عمومي توگه ويلاى شو:

که چېرې په يوه تناسب کې د لومړي مقدار په زياتيدو دويم مقدار هم زيات شي او يا که چېرې لومړی مقدار کم او دويم مقدار هم کم شي دغه ډول تناسب ته مستقيم تناسب وايي او نوموړي مقدارونه يو له بل سره مستقيما متناسب دي.

مثال: که چېرې د 8 قطيو اورلگيت بيه 8 افغانۍ وي د 62 قطيو بيه به څو افغانۍ وي؟

حل: که چېرې د 62 قطيو اورلگيت بيه m افغانۍ وي. څرنگه چې د اورلگيت د قطيو شمېر دهغو له بيه سره مستقيما متناسب دي. نو دا يو مستقيم تناسب دی.

اورلگيت	بيه
8	8
62	m

$$\frac{8}{62} = \frac{8}{m}$$

$$m = \frac{8 \times 62}{8} = 62 \text{ افغانۍ}$$

تمرین

- 1- د 12 تنو کارکوونکو اجوره 480 افغانۍ ده د 10 تنو اجوره پيدا کړئ. (د ټولو کارکوونکو اجوره برابره ده)
- 2- که چېرې يو تن کارکوونکی په 5 ورځو کې 125 افغانۍ اجوره واخلي، د هغه د 18 ورځو اجوره څو افغانۍ کيږي؟
- 3- که چېرې د 3 مترو ټوکر د رانيولو لپاره 33,75 افغانيو ته اړتيا وي. د 15 مترو ټوکر رانيولو ته به څو افغانۍ په کار وي؟

2- معکوس تناسب Indirect proportion



- د ټولگی څارونکی له پاکولو وروسته غواړي چې ټولگی منظم کړي. که چېرې یو زده کوونکی ټولگی په 60 دقیقو کې پاک کړي. 6 زده کوونکي یې په څو دقیقو کې پاکولی شي؟

فعالیت

که چېرې یو رنگمال یوه کوټه په څلورو ورځو کې رنگ کړي، نو که په یوې یا دوو ورځو کې مو په کار وي څو رنگمالانو ته اړتیا ده؟
د پوښتنې د ځواب لپاره لاندې جدول د درکړل شوو قیمتونو په پام کې نیولو سره بشپړ کړئ:

1 ورځ	2 ورځې	4 ورځې	په ورځو کې سرته رسېدلې کار
		1	د کار کوونکو شمېر

- د ورځو په لړیدو سره د کار کوونکو شمیر زیاتېږي او که کمېږي؟
- د کار په سرته رسیدو سره د ورځو د شمېر او کار کوونکو تر منځ څه ډول اړیکه وجود لري؟

تعریف

که چېرې په یو تناسب کې د یوه کمیت مقدار زیات او بالمقابل د بل کمیت مقدار کم شي او یا د یوه کمیت مقدار کم او د بل کمیت مقدار زیات شي، دا تناسب د معکوس تناسب په نامه یادېږي، یعنې د لومړي کمیت او دویم کمیت تر منځ معکوسه اړیکه یا رابطه وجود لري.

مثال: 20 تنه يو جومات په 51 ورځو کې جوړوي که چېرې وغواړو چې دا جومات په 10 ورځو کې جوړ شي، نو څو تنو کارکوونکو ته اړتيا ده؟
حل: دا تناسب معکوس دی، ځکه چې د لږو ورځو لپاره زياتو کارکوونکو ته اړتيا شته.

تنه	$\frac{1}{\text{ورځ}}$
20	$\frac{1}{15}$
m	$\frac{1}{10}$

$$\frac{20}{m} = \frac{\frac{1}{15}}{\frac{1}{10}} = \frac{10}{15}, \quad \frac{20}{m} = \frac{10}{15}, \quad m = \frac{20 \times 15}{10} = 30$$

يعنې 30 تنو ته اړتيا شته

تمرین

- 1- د اوبو څلور نله يو حوض په 8 ساعتو کې ډکوي، 5 نله به نوموړي حوض په څو ساعتونو کې ډک کړي؟ (د نلونو قطرونه يو له بله سره مساوي دي)
- 2- يو موټر په يو ساعت کې د 50 کيلومترو په چټکتيا سره لاره وهي او د دوو ښارونو تر منځ واټن په 3 ساعتونو کې وهي که چېرې د يو بل موټر چټکتيا په يوه ساعت کې 75 کيلو متره وي، نو د نوموړو ښارونو تر منځ واټن به په څو ساعتونو کې ووهي؟

$$\frac{5}{3} = \frac{25}{15} = \frac{30}{18}$$

- تناسب په څو ډوله دی؟
- کیدای شي یو تناسب یوازې مستقیم او یا معکوس وي آیا داسې یو تناسب پېژنئ چې په عین وخت کې هم مستقیم او هم معکوس وي؟

فعالیت



د چای دوه کاجوغي شربت د اوبو په یو گیلایس کې له مخامخ شکل سره سم حل کړئ، د هر گیلایس د اوبو او شربت نسبت 1 پر 2 دی. د مخامخ شکل جک د 2 گیلایسونو اوبو ځای لري. د شکل سره سم د چای خوړلو 4 کاجوغي شربت په هغه کې حل شوی دی، ایا د گیلایس او جک خوړوالی په یوه اندازه دی؟ لاندې جدول بشپړ کړئ:

د گیلایسونو شمېر	1	2	3	4
د کاجوغو شمېر	2		6	

- د اوبو د گیلایسونو د شمېر او د شربت د کاجوغو د شمېر نسبت ولیکئ.
- ددې نسبتونو ترمنځ څه ډول رابطه شته؟

له پورته فعالیت څخه ویلی شو:

په هر اندازه چې د اوبو د گیلایسونو شمېر زیات یا لږ شي، د شربت د کاجوغو شمېر متناسباً بدلون کوي، تر څو د $\frac{1}{2}$ نسبت ثابت پاتې شي. له دې امله پورتنی جدول د تناسب یو جدول دی.

یادونه: د تیر مخه پورته خوا ته د مستقیم او کښته خوا ته د معکوس تناسب په معنی په کار وړل شوی دی.

لومړی مثال: 5 تنه کارکوونکي د 4 ورځو لپاره 80000 افغانۍ مزدوري اخلي. 8 تنه به د 6 ورځو کار لپاره څو افغانۍ مزدوري واخلي؟
حل: څرنګه چې د نسبتونو تر منځ رابطه مستقیمه ده نو لاندې جدول جوړوو.

مزدوری	ورځې	د تنو شمېر
80000	4	5
x	6	8

$$\frac{80000}{x} = \frac{4 \times 5}{6 \times 8}, \quad \frac{80000}{x} = \frac{5}{12}$$

$$x = 192000$$

دویم مثال: که چېرې 10 تنه یو کانال، چې اوږدوالی یې 12 متره دی، په 8 ورځو کې وکني نو 5 تنه هغه ته ورته کانال چې اوږدوالی یې 15 متره دی، په څو ورځو کې کنلای شي.
حل: څرنګه چې متحول یعنې د ورځو شمېر د تنو له شمېر سره معکوس تناسب او د کانالونو له اوږدوالي سره مستقیم تناسب لري، نو په لاندې ډول یې حلوو:

ورځې	اوږدوالی	د تنو شمېر
8	12	10
x	15	5

$$\frac{8}{x} = \frac{12 \times 5}{15 \times 10}, \quad x = \frac{8 \times 15 \times 10}{12 \times 5}$$

$$x = 20$$

تعریف

له دوو څخه د زیاتو نسبتونو مساوي والي ته مرکب تناسب ویل کیږي، په مرکب تناسب کې د لومړي نسبت صورت او د نورو نسبتونو مخرونه طرفین، د لومړي نسبت مخرج او د نورو نسبتونو صورتونو ته د تناسب وسطین ویل کیږي.

$$\frac{2}{3} \begin{matrix} \xrightarrow{6} \\ \xrightarrow{9} \end{matrix} = \frac{6}{9} = \frac{18}{27} \begin{matrix} \xrightarrow{\text{وسطین}} \\ \xrightarrow{\text{طرفین}} \end{matrix}$$

لکه:

تمرین

1- که چېرې 24 تنه بزگران د ورځې 8 ساعته کار وکړي، یوه ځمکه چې 2000 متر مربع پراخوالی لري په 20 ورځو کې په بېلونو واړوي. که چېرې 40 تنه بزگران د ورځې 12 ساعته کار وکړي یوه بله ټوټه ځمکه چې 3000 متر مربع پراخوالی لري په څو ورځو کې به یې په بیل واړوي؟

2- که چېرې د 4200 کیلو ګرامو غنمو د وړلو لپاره د 810 کیلو مترو په واټن 500 افغانیو ته اړتیا وي د 6000 کیلو ګرام غنمو وړلو لپاره د 630 کیلو متر په واټن څو افغانیو ته اړتیا ده؟

Percentage

$$\frac{15}{11} = \frac{100}{x}$$

زمونږ ښوونځي 15 لوبې سر ته رسولي
خو 11 لوبې يې گټلي دي خو د بل
ښوونځي ټيم 12 لوبې سر ته رسولي 10
لوبې يې گټلي دي.
ستاسو په نظر کوم ټيم زياتې لوبې گټلې
دي؟

فعاليت

اوبه	تبل
20	80
x	100

- که چېرې په 80 ليترو تيلو کې 20 ليتره اوبه گډې وي نو په 100 ليترو کې څو ليتره اوبه گډې دي؟
- د پورته رابطو يا قيمتونو په پام کې نيولو سره تناسب جوړ کړئ.
 - د طرفين او وسطين د خاصيت په کارولو سره د X قيمت پيدا کړئ.
 - ووياست چې په 100 ليترو کې څو فيصده اوبه شته؟

لومړی مثال: يوه سړي په بانک کې 45000 افغانۍ کېښودلې. له څه وخت وروسته يې 900 افغانۍ گټه وکړه. نوموړي سړي له خپلې اصلي سرمايې څخه څو فيصده گټه اخستې ده؟
حل:

گټه	سرمایه
900	45000
x	100

$$\frac{45000}{100} = \frac{900}{x}$$

$$x = \frac{900 \times 100}{45000} = \frac{90000}{45000} = \frac{90}{45} = 2\%$$

د مثال له حل څخه پوهیږو چې نوموړې سړي په هر 100 افغانیو کې 2 افغانۍ يا 2% گټه کړي ده.

دویم مثال: د پوهنتون دکانکور په آزمونه کې د حبیبې د لیسې له 320 تنو فارغانو څخه 256 تنه بریالی او د شیر شاه سوري د لیسې له 400 تنو فارغانو څخه 300 تنه بریالی شوي دي. ویلای شئ چې له نوموړو ښوونځیو څخه په آزمونه کې کوم یوه ښوونځي زیات بریالی ورکړي دي؟ د بریالیو زده کوونکو سلنه (فیصدي) څو ده؟

حل:

بريالي	فارغان
256	320
x	100

$$\frac{256}{x} = \frac{320}{100}, \quad x = \frac{256 \times 100}{320} = \frac{2560}{32} = 80\%$$

د حبیبې د لیسې د بریالیو فیصدي

بريالي	فارغان
300	400
x	100

$$\frac{300}{x} = \frac{400}{100}, \quad x = \frac{300 \times 100}{400} = \frac{300}{4} = 75\%$$

د شیر شاه سوري د لیسې د بریالیو فارغانو فیصدي

نو ویلای شو چې د کانکور په آزمونه کې د حبیبې لیسې نسبت د شیر شاه سوري لیسې ته زیات بریالی ورکړي دي.

تعريف

فیصدي د داسې کسر ښودنه ده چې په مخرغ کې یې 100 وي. د فیصدي د ښودلو لپاره د % نښې څخه کار اخیستل کېږي.

تمرین

- 1- یو هتیوال په یوه میاشت کې دوه وارې مالونه راوړي دي. لومړی وار یې د 25000 افغانیو په پانگې 800 افغانی گټه کړې ده او دویم وار یې د 10000 افغانیو په پانگې، 330 افغانی گټه کړې ده. نوموړي هتیوال کوم وارې نظر سرمایې ته زیاته گټه کړې ده؟
- 2- رحیم د ریاضي په مضمون کې له 75 نمره څخه 60 نمرې لاس ته راوړي، د ریاضي په مضمون کې د رحیم د نمره فیصدي په لاس راوړئ؟
- 3- په لاندې مساواتونو کې کوم یو یې سم دی؟ هغه چې سم نه دي صحیح نسبت یې ولیکئ.

$$50\% = \frac{1}{2}, \quad \frac{111}{1000} = 11\%, \quad \frac{21}{100} = 21\%, \quad 4\% = \frac{4}{100}, \quad 30\% = \frac{30}{50}$$

احديت يا واحد Unitary



- که چېرې په عمومي توګه د یوه جنس د څو شیانو یا دانو قیمت درکړل شوی وي. څرنګه کولای شو د هغه د یوې دانې قیمت پیدا کړو؟
- که چېرې د یوه قلم قیمت درکړل شوی وي آیا د هغه د څو دانو قیمت پیدا کولای شو؟

فعالیت

یو ګنډونکی د یو شمېر کمپسونو نسبت چې په څو ورځو کې یې ګنډي $\frac{28}{4}$ دی یعنې دا ګنډونکی 28 کمپسونه په 4 ورځو کې ګنډي په یوه ورځ کې به څو کمپسونه وګنډي؟ د پورته وینا له مخې لاندې جدول بشپړ کړئ:

د کمپسونو شمېر	28	x
ورځې	4	1
نسبت		

- د پورته جدول له مخې تناسب جوړ کړئ.
 - د طرفین او وسطین له خاصیت څخه په کار اخیستنې د x قیمت پیدا کړئ.
- په پایله کې ویلای شو که چېرې د څو شیانو قیمت راکړل شوی وي کولای شو د یوې دانې قیمت پیدا کړو.

لومړی مثال: د خاورو د تیلو د یوه بیرل (200 لیټرو) بیه 40000 افغانې ده د هغه د یوه لیټر بیه پیدا کړئ.

لیټر	افغانې	$\frac{200}{1} = \frac{40000}{x}$
200	40000	
1	x	$200x = 40000$
		$x = \frac{40000}{200}$, $x = 200$

دویم مثال: د پنسل یو درجن (12 دانې) قلمونه په 240 افغانیو را نیول شوی دی د هغه د 7

دانو قیمت خو افغانی کیږي؟

لومړی د یوه قلم قیمت پیدا کوو.

د پنسل د قلمونو شمېر	افغانی
12	240
1	x

$$\frac{12}{1} = \frac{240}{x}$$

$$12x = 240$$

$$x = \frac{240}{12}, \quad x = 20$$

نو د 7 دانو قیمت عبارت دی له:

$$20 \cdot 7 = 140$$

د سوداګرې په ډیرو راکړو ورکړو کې د جنسونو اوشیانو پلورل او پیرودل د درجن او د سټې په توګه کیږي کله ناکله اړتیا پیدا کیږي چې د هغو د یوه یا خو دانو قیمت پیدا کړو. ددې عمل د سرته رسولو لپاره له داسې طریقې څخه کار اخیستل کیږي چې احدیت بلل کیږي او داسې یې تعریفوو:

تعریف

احدیت د مستقیم تناسب د محاسبې یوه داسې طریقه ده چې لومړی د اړوند نسبت څخه د هغه د یوه واحد قیمت پیدا کوو او بیا یې په راکړشوي مقدار کې ضربوو.

تمرین

- 1- 2 متره ټوکر 300 افغانی بیه لري. لومړی د هغه د یوه متر بیه پیدا کړئ او بیا وویاست چې د 17 مترو بیه خو افغانی کیږي؟
- 2- د یو جنس د 60 کیلوګرام د وړلو لګښت 2400 افغانی کیږي لومړی د هغه د یوه کیلوګرام د وړلو لګښت پیدا او بیا وویاست چې د 35 کیلوګرام د وړلو یې خو افغانی کیږي؟

Discount



ځينې وختونه به پلورنځي ته تللي ياست او دا اعلانونه به مو ليدلی يا اوريدلی وي:

- د پسرلنيو جامو په بيه کې 10% تخفیف.
- د سيم کارت په بيه کې 50% تخفیف.
- په اجناسو کې 15% تخفیف.

فعالیت

يو زده کوونکی د کيسو د کتاب د اخیستلو لپاره د کتابونو پلورنځي ته ځي د کتاب بيه 60 افغانی ده نوموړی زده کوونکی 55 افغانی لري. کتاب پلورنکی نوموړی کتاب په زده کوونکي باندې په 55 افغانیو پلوري.

- زده کوونکي دا کتاب له اصلي بيې څخه څو افغانی ارزانه اخیستی دی؟
 - د کتاب له اصلي بيې څخه يې څو فیصد لږې ورکړي دي؟
 - که چېرې دا فیصدي د کتاب په بيه کې ضرب شي کوم عدد را ښيي؟
- ويلی شو په هر اندازه چې زده کوونکي کتاب له اصلي بيې څخه ارزان اخیستی دی د کتاب تخفیف بلل کيږي.

لومړی مثال: د میوې د اوبو ماشین 4000 افغانی بيه لري او د 8% په تخفیف پلورل کيږي د پلورلو بيه يې پيدا کړئ.

حل:

بیه	قیمت
100	8
4000	x

$$\text{تخفیف} = 4000 \times \frac{8}{100} = 40 \times 8 = 320$$

$$3680 \text{ افغانی} = 4000 - 320 = \text{د پلورلو بیه}$$

دویم مثال: یو تن یو جنس، چې اصلي بیه یې 3000 افغانۍ ده له تخفیف وروسته یې په 2895 افغانیو واخیست معلوم کړئ چې نوموړي اخیستونکی شو فیصده تخفیف اخیستی دی؟
حل: لومړی ټول تخفیف په لاندې ډول په لاس راوړو:
 $3000 - 2895 = 105$
 ټول تخفیف 105 افغانۍ دي اوس د تناسب په مرسته د 100 تخفیف پیدا کوو.

بیه	تخفیف
3000	105
100	x

$$\text{تخفیف} = 100 \times \frac{105}{3000} = \frac{10500}{3000} = 3.5\%$$

$$\text{تخفیف} = 3.5\%$$

تعریف

هغه پېسی چې سوداگران یې د سیالی او د خپلو مشتریانو د جذب لپاره له اصلي بیه څخه کموي. تخفیف بلل کېږي. ددې تخفیف فیصدي نسبت اصلي قیمت ته د تخفیف د فیصدي په نامه یادېږي.

تمرین

- 1- د یوه بایسکل اصلي بیه 5000 افغانۍ ده که چېرې پلورونکی خپل اخیستونکی ته 2% تخفیف ورکړي، د بایسکيل بیه پیدا کړئ.
- 2- که چېرې د یوې گازې بخارۍ اصلي بیه 8000 افغانۍ وي، هتیموال د خپلې اړتیا لپاره هغه په 7600 افغانۍ وپلوري، تخفیف او د تخفیف فیصدي پیدا کړئ.
- 3- د یوه برقي جارو بیه 5730 افغانۍ ده او هغه د 3% په تخفیف پلورل کېږي. د پلورلو بیه یې پیدا کړئ.



ساده او مرکبه ربح Simple and compound Interest

يو هتيوال په ملي بانک کې 1000 افغانۍ زېرمه کړې له يوه کاله وروسته يې خپلې پېسې بيرته واخيستلي، چې د اخيستل شوو پيسو اندازه يې 1100 افغانۍ دي د بانک له متصدي څخه يې وپوښتل چې دا 100 زياتې شوې افغانۍ د څه شي دي؟

تعريف

هغه گټه چې د فيصدي له مخې له يوې سرمايې څخه په يوه ټاکلې وخت او ټاکلې نرخ سره لاس ته راځي، د ساده ربحې يا Simple Interest په نامه يادېږي. څرنگه چې ساده ربح له سرمايې او ټاکلې نرخ سره مستقيماً متناسب ده. يعنې:

$$\text{نرخ} \times \text{وخت} \times \text{سرمایه} = \text{ربح} \times 100$$

لومړی مثال: له يو کال وروسته د 8% نرخ له مخې د 5600 افغانيو ربح څو افغانۍ کېږي؟
حل:

$$\text{سرمایه} = 5600$$

$$\text{نرخ} = 8\% = \frac{8}{100}$$

$$\text{يو کال} = \text{وخت}$$

$$\text{ربح} = \frac{5600 \times 1 \times 8}{100} = 56 \times 8 = 448 \text{ افغانۍ}$$

دویم مثال: که چېرې له دوو کالو وروسته خپلې پېسې واخلي، سرمایه او گټه دواړه به څومره وي؟
حل:

$$896 \text{ افغانۍ} = \frac{5600 \times 8 \times 2}{100} = \text{ربح له دوو کالو وروسته}$$

فعالیت

لاندي جدول په پام کې ونیسئ:

د اصلې پیسو اندازه	د پیسو اندازه یې 1 کاله وروسته	د پیسو اندازه یې 2 کاله وروسته	د پیسو اندازه یې 3 کاله وروسته	د پیسو اندازه یې 4 کاله وروسته
1000	1100	1210	1331	1464.1

- دهر کال د گټو توپیر نسبت مخکنې کال ته په یو جدول کې وښیاست.
- لاس ته راغلی توپرونه ثابته اندازه لري او که نه؟
- دهر کال او مخکنې کال د گټو نسبت په یوه جدول کې وښیاست.
- آیا دا نسبتونه ثابت دي او که نه؟

تعریف

که چېرې د یوې پانگې گټه د اصلي سرمایې له اندازې سره یو ځای شي او بیا ترې گټه واخیستل شي هغه گټه چې له دې پانگې څخه لاس ته راځي د مرکبې ربحې په نامه یادېږي چې له لاندي رابطي څخه په لاس راځي.

$$P = A(1 + r)^n$$

دلته P پانگه له گټې سره، A لومړۍ پانگه، r نرخ د فیصدي له مخې او n وخت په کال سره

مثال: د 2000000 افغانیو پانگه د کال په 10% ربح سره په بانک کې ایښودل کېږي د 5 کالو وروسته نوموړې پانگه څو افغانی کېږي؟

حل: قیمتونه په فارمول کې اېږدو:

$$\left. \begin{array}{l} A = 2000000 \\ r = 10\% \\ n = 5 \\ P = ? \end{array} \right\} \begin{array}{l} P = 2000000(1 + \frac{1}{10})^5 = 2000000(1.1)^5 \\ P = 2000000 \times 1.61051 = 3221020 \\ P = 3221020 \end{array}$$

تمرین

- 1- احمد 4000 افغانی د 8% نرخ له مخې د مرکبې ربحې په توگه په خپل حساب کې سپماکړي ده. د کال په پای کې به ورته بانک څومره گټه ورکړي؟
- 2- د 1500 افغانیو پانگې گټه د 10% نرخ له مخې د 3 کلونو وخت لپاره څو افغانی کېږي؟

د دویم فصل مهم ټکي

• نسبت

د دوو همجنسو کمیتونو یا مقدارونو تر منځ نسبت له هغه عدد څخه عبارت دی چې وینې لومړۍ کمیت د دویم کمیت څو برابره دی یا یو کمیت د بل کمیت څومه برخه ده او یا دویم کمیت څو ځلې په لومړۍ کمیت کې شامل دی.

• په متناسبو اجزاو ویشل

د یوه عدد د ویشلو لپاره په راکړ شوو نسبتونو، لومړۍ د راکړ شوو نسبتو د جمعې حاصل په لاس راوړو له هغه وروسته مفروض عدد په دې مجموعې باندې ویشو او د وېش حاصل یې په راکړ شوي هر یوه نسبت کې ضربوو لاس ته راغلي عددونه په راکړ شوي نسبتونو باندې د نوموړی عدد ویشل دي.

• تناسب

د دوو نسبتونو مساواتونو ته تناسب وايي.

• د تناسب خواص

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c \quad -1$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d} \quad -2$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{d}{b} = \frac{c}{a} \quad -3$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c} \quad -4$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d} \quad -5$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d} \quad -6$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+c}{b+d} \quad -7$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d} \quad -8$$

• د تناسب ډولونه

1- **مستقیم تناسب:** که چېرې په یوه تناسب کې لومړۍ مقدار زیات او دویم مقدار یې هم ورسره زیات شي او یا که چېرې لومړۍ مقدار کم او دویم مقدار یې هم کم شي، دغه ډول تناسب ته مستقیم تناسب وایي.

2- **معکوس تناسب:** که چېرې په یوه تناسب کې د یوه کمیت مقدار زیات او بالمقابل د بل کمیت مقدار کم شي او یا د یوه کمیت مقدار کم او د بل کمیت مقدار زیات شي، دا تناسب د معکوس تناسب په نامه یادېږي.

• مرکب تناسب:

له دوو څخه د زیاتو نسبتونو مساوي والي ته مرکب تناسب ویل کېږي.

• فیصد

فیصد د داسې یوه کسر بنودونکی دی چې مخرچ یې 100 وي.

• احدیت:

احدیت د مستقیم تناسب یوه داسې طریقه ده چې لومړی د اړوند نسبت څخه د هغه د یوه واحد قیمت پیدا کوو او بیا په راکړ شوي مقدار کې ضربوو.

• تخفیف:

هغه پېسې چې سوداگران یې د سیالی او د خپلو مشتریانو د جذب لپاره له اصلي بېې څخه کموي تخفیف بلل کېږي. ددې تخفیف فیصدي نسبت اصلي قیمت ته د تخفیف د فیصدي په نامه یادېږي.

• ربح

- **ساده ربح:** هغه گټه چې د فیصدي له مخې له یوې پانگې څخه په یوه ټاکلې وخت او ټاکلې نرخ سره لاس ته راځي د ساده ربحي یا Simple Interst په نامه یادېږي.

- **مرکبه ربح:** که چېرې د یوې سرمایې گټه د اصلي سرمایې له اندازې سره یو ځای شي او بیا گټې ته کینودل شي، هغه گټه چې له دې نوي پانگې څخه لاس ته راځي د مرکبې ربحي په نامه یادېږي.

$$P = A(1+r)^n$$

عمومي پوښتنې

• د هرې پوښتنې لپاره څلور ځوابونه درکړ شوي دي د سم ځواب څخه يې کرښه تاو کړئ:

1- د نسبت حاصل داسې يو عدد دی:

(a) منفي (b) مثبت (c) مجرد عدد (d) هيڅ يو هم نه دی

2- د فيصد نښه عبارت ده، له:

(a) \times (b) \div (c) $+$ (d) $\%$

• تش ځايونه په مناسبو کليمو سره ډک کړئ.

1- په تناسب کې د لومړي نسبت صورت او دويم نسبت مخرج د په نامه او

د لومړي نسبت مخرج د دويم نسبت صورت د په نامه يادېږي.

2- په مستقيم تناسب کې دواړه کميتونه په عين وخت کې يا

..... کيږي.

3- هغه گټه چې له يوې پانگې څخه په يوه ټاکلې او په يوه ټاکلې معين

..... د يوې فيصدي له مخې لاس ته راځي د ساده په

نامه يادېږي.

4- هغه کسر چې مخرج يې وي د په نامه

يادېږي.

• لاندې يو شمېر جملې درکړ شوي دي، د سمې جملې مخې ته د (ص) تورې او د ناسمې جملې

مخې ته د (غ) تورې وليکئ:

1- () په يوه تناسب کې د لومړي نسبت صورت او دويم نسبت مخرج د طرفين په نامه او د

لومړي نسبت مخرج د دويم نسبت صورت د وسطين په نامه يادېږي.

2- () که چېرې د يوې پانگې گټه له اصلې پانگې سره يو ځای او بيا گټې ته کيښودل شي نو

پانگه چې په لاس راځي د ساده ربحې په نامه يادېږي.

3- () فيصد داسې کسر دی چې مخرج يې 100 وي.

4- () تخفيف مستقيم تناسب دی چې لومړي له اړوند نسبت څخه د يو واحد قيمت پيدا او

بيا په راکړ شوي مقدار کې يې ضربوو.

5- () د دوو تناسب مساوات ته نسبت وايي.

• لاندې تمرینونه حل کړئ.

- 1- د دوو ښوونځیو د زده کوونکو شمېر په ترتیب 720 او 810 تنه دي. د نوموړو ښوونځیو د زده کوونکو ترمنځ نسبت په لاس راوړئ.
- 2- په یوه بڼ کې 45 ونې د منو، 30 ونې د ناکو او 75 ونې د انارو دي. د درې واړو ونو ترمنځ نسبت پیدا کړئ.
- 3- د 3 مترو ټوکر د رانیولو لپاره 33,75 افغانیو ته اړتیا ده. نو د 15 مترو ټوکر رانیولو ته به څو افغانی په کاروي؟
- 4- 27 تنه یو رستوران په 20 ورځو کې جوړ وي، که چېرې وغواړو چې دا رستوران په 15 ورځو کې جوړ شي، د هغه لپاره څو تنه په کار دي؟
- 5- د ملالی د عالي لېسې په یوه ټولګی کې د 50 تنو په شمېر نجونې شاملې دي، د هغو ښوونکی غواړي په داسې دوو ګروپونو یې وویشې چې د هغو ترمنځ نسبت $\frac{2}{3}$ وي. د هر ګروپ شمېر معلوم کړئ؟
- 6- 1200 متر مربع ځمکه 14 کسه په دې شرط چې 3 ساعته د ورځې کاروکړي په 8 وروځو کې بېل وهي، 1500 متر مربع ځمکه 10 کسه چې د ورځې د 6 ساعته کار وکړي په څو ورځو کې بیل وهي شي؟
- 7- د ښوونځی اداره له یوه کتاب پلورنکی څخه د 2560 افغانیو کتابونه را نیولی دي، د دې لپاره چې کتاب پلورونکی نوموړي اخیستونکی خپل پېرویدونکي (مشتري) وګرځوي د اصلي قیمت څخه 5 فیصده لږ افغانی اخلي معلوم کړئ چې د لېسې اداره څومره افغانی کتاب پلورونکي ته ورکړي دي؟
- 8- دوه سوداګر د 2540000 افغانیو په ګلې پانګې سوادګري کوي، د هغو د پانګې نسبت $\frac{3}{5}$ دی. د هر یوه پانګه پیدا کړئ؟
- 9- 12000 افغانی پانګه د کال 6 فیصده د مرکبې ربحی په ډول په بانک کې ایښودل کېږي د 4 کلونو د تیریدو وروسته نوموړې پانګه څو افغانی کېږي؟
- 10- که چېرې 1 کال مخکې د یوه کلی نفوس 600 تنه شمېرل شوي وي او د کلی نفوس د کال 3 فیصده زیات شوي وي د کلی اوسنی نفوس څو تنه دی؟
- 11- په یوه کال کې د 4800 افغانیو ګټه د 9 فیصده نرخ له مخې څو افغانی کېږي؟

دریم فصل

مشابهتونه





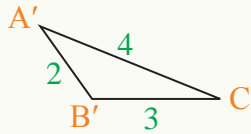
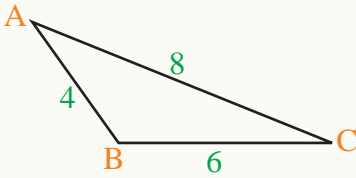
ورته شکلونه



آیا یوشکل مو په بېلو اندازو لیدلی دی؟
 زموږ په شاوخوا کې داسې شکلونه شته چې اندازې یې یو له بله سره مساوي نه وي، خو هم ډوله (هم شکله) وي، مثلاً د پغمان تاق ظفر، چې یوې لوی او بل یې کوچنې دی، خو د شکل له نظره یو بل ته ورته دي.

فعالیت

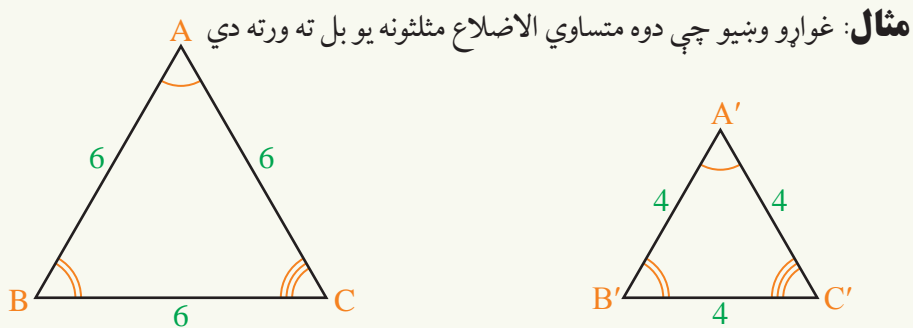
لاندي دوه مثلثونه په پام کې ونیسئ:



- آیا فکر کولای شئ چې پورته مثلثونه یو بل ته ورته دي؟
- که چېرې فکر کولای شئ چې مثلثونه یو بل ته ورته دي، دهغو هم ډوله ضلعي او هم ډوله زاوې وټاکئ.
- هم ډوله زاوې د نقالې په واسطه اندازه او پرتله یې کړئ، څه گومان کوی؟
- د هم ډولو ضلعو نسبت حساب کړئ څه گومان کوی؟

پورتنی فعالیت موږ ته رابښيي، چې:

په ورته شکلونو کې هم ډوله زاوې یو له بله سره مساوي دي او د هم ډولو ضلعو نسبت د یو ثابت مقدار لرونکي دي چې دې ثابت مقدار ته د ورته والی نسبت وايې که چېرې دوه شکلونه داسې اړیکې ولري، دا شکلونه، سره ورته شکلونه دي، دوه ورته شکلونه د (◌) نښې په واسطه ښيي.



$$\hat{A} \cong \hat{A}', \hat{B} \cong \hat{B}', \hat{C} \cong \hat{C}'$$

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

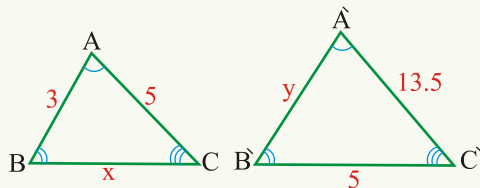
$$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$

حل: زاوې يې يو له بل سره انطباق منونکي دي. دضلعو ترمنځ تناسب وجود لري.

نو:

تمرین

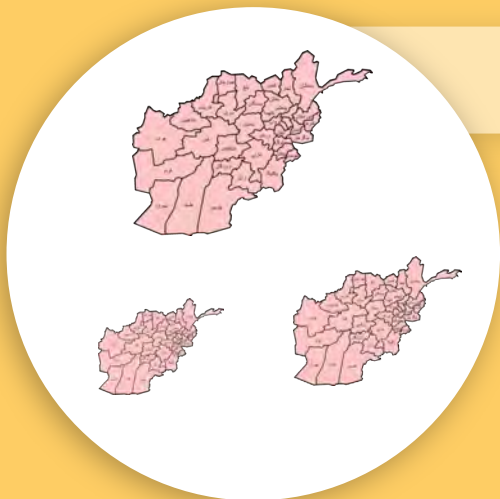
- 1- لاندې کومه يوه جمله تل سمه ده؟ دهرې يوې لپاره مثال ووياست.
 - دوه مربع گانې تل يو بل ته ورته دي.
 - دوه مثلثونه تل يو بل ته ورته دي.
 - دوه مستطیلونه تل يو بل ته ورته دي.
 - دوه متساوي الساقين مثلثونه تل يو بل ته ورته دي.
 - دوې لوزې گانې تل يو بل ته ورته دي.
- 2- د $A'B'C'$ او ABC مثلثونه يو بل ته ورته دي. د هغو زاوې ټاکل شوي دي. د مخامخ ضلعو تر منځ يې نسبت وليکئ او وروسته د x او y اوږدوالی پيدا کړئ.



- 3- دوه مشابه پنځه ضلعي گانې رسم کړئ.

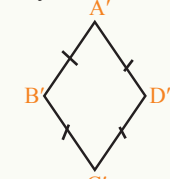
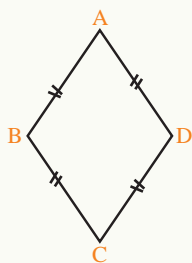
ورته (متشابه) مضلع گانې

آيا دا درې واړه نقشې په يوه اندازه سره کوچنۍ شوي دي؟



فعاليت

د شکل په پام کې نيولوسره د خط کش په واسطه لاندې نسبتونه پيدا کړۍ.



$$\frac{AB}{A'B'} = \square \quad \frac{BC}{B'C'} = \square$$

$$\frac{CD}{C'D'} = \square \quad \frac{AD}{A'D'} = \square$$

● د ABCD د لوزي ضلعي د A'B'C'D' د لوزي د ضلعو څو برابره دي؟

● د ABCD او A'B'C'D' زاويې اندازه کړئ څه توپير ويني؟

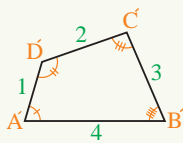
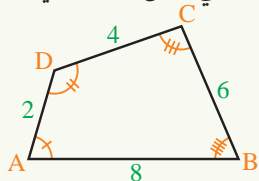
له پورته فعاليت څخه ليدل کيږي چې د دواړو شکلونو د هم ډولو ضلعو نسبت تل ثابت او يو له بله سره مساوي دی. همدا رنگه هم ډوله زاويې يو له بل سره مساوي دي. نو دا دوه شکلونه يوبل ته ورته دي، په پايله کې ويلای شو:

1- د راسونو شمير يې مساوي دي.

2- په ورته مضلع گانو کې ټولې زاويې يو په يو له يو بل سره انطباق منونکي وي.

3- د نو مورو مضلع گانو هم ډوله ضلعي يوله بله سره متناسبې وي.

مثال: د ABCD او A'B'C'D' په لاندې دوو مضلع گانو کې بنسټو چي يوبل ته ورته دي.



حل: په شکلونو کې لیدل کېږي، چې:

1- زاوې یو له بل سره برابري دي یعنې:

2- د ضلعو تناسب شته، یعنې:

$$\hat{A} \cong \hat{A}', \hat{B} \cong \hat{B}', \hat{C} \cong \hat{C}', \hat{D} \cong \hat{D}'$$

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CD}{C'D'} = \frac{DA}{D'A'} = 2$$

$$\frac{8}{4} = \frac{6}{3} = \frac{4}{2} = \frac{2}{1} = 2$$

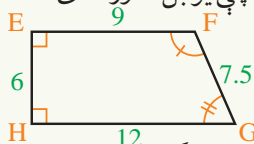
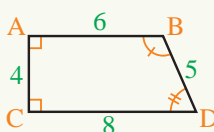
نو دا دواړه شکلونه یو بل ته ورته دي.

په پورته مثال کې د ورته والي نسبت 2 دی، یعنې د ABCD د مضلع ضلعې د A'B'C'D' دمضلع دضلعو دوه برابره دي، نو ABCD ~ A'B'C'D'

پوښتنه: د A'B'C'D' ضلعي د ABCD د ضلعو څو برابره دي؟

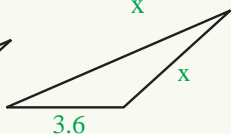
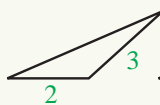
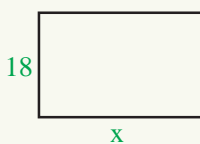
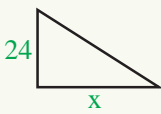
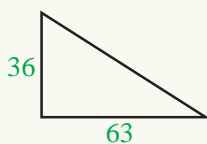
تمرین

1- په لاندې شکلونو کې وښیاست چې یو بل ته ورته دی.



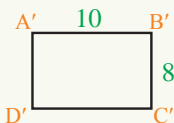
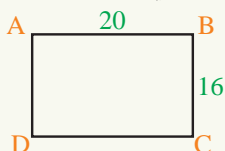
2- لاندې هره جوړه شکلونه چې د یو بل څنگ ته رسم شوي دي ورته (مشابه) شکلونه دي. نامعلوم

اور دوالی یې حساب کړئ چې په X سره ښودل شوی دي.



3- په لاندې شکلونو کې وښیاست چې په دوو ورته مستطیلونو کې د یوه د اوږد والي او بر نسبت دبل

د اوږدوالي او بر له نسبت سره مساوي دی.



4- آیا ټول برابر (انطباق منونکي) شکلونه یو بل ته ورته دي؟ په دې صورت کې د ورته والي ضریب

څو دی؟ د یوه مثال په واسطه یې وښیاست.



د مساوي فاصلو موازي خطونه

د اورگاډي د خطونو ترمنځ فاصله يو له بله سره څه اړيکې لري.

فعاليت

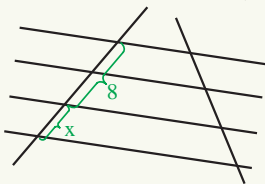
-
-
-
- څلور مخامخ موازي ټوټه کړنښې يا خطونه په پام کې ونیسئ.
 - په دې څلور ټوټه کړنښو باندې يو عمود رسم کړئ.
 - پيدا شوي ټوټه خطونه اندازه کړئ.
 - يو بل خط داسې رسم کړئ چې دا څلور موازي خطونه قطع کړي.
 - هغه ټوټه خطونه چې د دې قطع کوونکي او موازي خطونو په واسطه لاس ته راځي اندازه او ووياست چې يوله بله سره څه ډول رابطه لري؟
 - يو بل کيفي قاطع رسم کړئ او پورته فعاليت سرته ورسوئ.

له پورته فعاليت څخه لاندې تعريف ترلاسه کوو:

تعريف

که چېرې څو موازي خطونه، چې يو له بل څخه په مساوي فاصلو سره پراته وي، د يوه قاطع په واسطه قطع شي، د قاطع کوونکي په مخ باندې مساوي ټوټه خطونه جلا کوي.

مثال: په لاندې شکل کې موازي خطونه په مساوي فاصلو سره درکړ شوي دي د X فاصله په لاس راوړئ.



حل: څرنګه چې د جلا شوي دوو ټوټه خطونو مجموعه، چې د موازي خطونو ترمنځ ده، له 8 واحدو سره مساوي دي.

نو هر ټوټه خط څلور واحدو کيږي او X د دې هر يوه واحد سره برابر دی، نو $x=4$ دی.

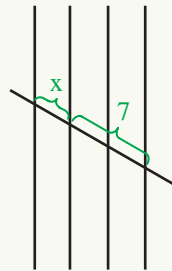
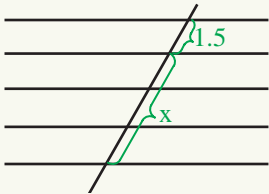
فعالیت

- 1- د \overline{AB} کیفی ټوټه خط رسم کړئ.
- 2- د A له ټکې څخه د \overline{AX} یو کیفی نیم خط رسم کړئ.
- 3- د \overline{AX} پر مخ باندې د A له ټکې څخه پیل او 5 واحد پر له پسې جلا کړئ. دې ټکو ته په ترتیب سره M, N, P, Q او C وویاست.
- 4- د C ټکی له B سره ونښلوئ.
- 5- اوس د M, N, P, Q له ټکو څخه له \overline{BC} سره موازي خطونه رسم کړئ.
- 6- پنځه پیدا شوي ټوټه خطونه له یو بل سره څه ډول رابطه لري؟

که چېرې وغواړو یو ټوټه خط په مساوي برخو وویشو، کولای شو په مساوي فاصلو سره د موازي خطونو له خاصیت څخه کار واخلو.

تمرین

- 1- په لاندې هر یوه شکل کې موازي خطونه په مساوي فاصلو سره درکړ شوي دي. د X قیمت پیدا کړئ.



- 2- دوه ټوټه خطونه رسم کړئ، وروسته یو له هغو څخه په درې مساوي برخو او بل یې په څلورو مساوي برخو وویشئ.
- 3- یو ټوټه خط د 12cm په اوږدوالی سره رسم او په 8 مساوي برخو یې وویشئ.



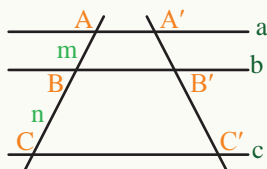
د تالس قضیه

(Thales)

دا مخامخ ودانی خو پوره (طبقي) لري؟
آيا د پورونو (طبقو) فاصلې يې يو له بله
سره مساوي دي؟

فعاليت

- د a ، b او c درې موازي خطونه رسم کړئ چې يوله بله سره مساوي فاصلې و نه لري.
- دوه قاطع (غير موازي) خطونه داسې رسم کړئ چې درې موازي خطونه يې په ترتيب سره A, B, C او A', B', C' په ټکو کې قطع کړي وي.
- لاندې نسبتونه پيدا کړئ.



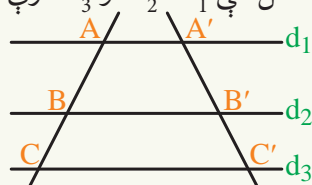
$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = ?$$

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}} = ?$$

- يو بل کيفی قاطع رسم کړئ او د پيدا شوو ټوټو نسبت پيدا کړئ.

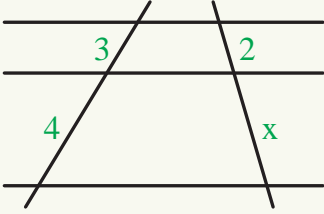
تالس يوناني رياضي پوه په کال (548- 624 له ميلاد د مخه) د پورته فعاليت نتيجه په لاندې ډول ويلي وه.

د تالس قضیه: که چيرې دوه يا څو موازي ټوټه خطونه دوه يا څو خطونه قطع کړي، د هغو په مخ باندې متناسب ټوټه خطونه جلا کوي. لکه په لاندې شکل کې d_1 ، d_2 او d_3 درې موازي خطونه دي.



نو:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}}$$



مثال: په مخامخ شکل کې د x قیمت حساب کړئ
حل:

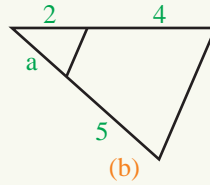
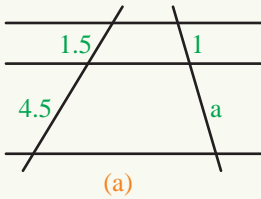
$$\frac{3}{4} = \frac{2}{x}$$

$$x = \frac{2 \times 4}{3} = \frac{8}{3}$$

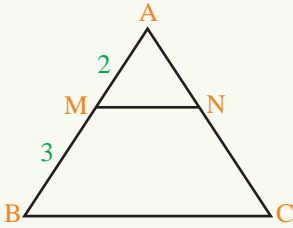
$$x = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$$

تمرین

1- په لاندې هر یوه شکل کې د a قیمت پیدا کړئ.



2- مخامخ شکل په پام کې ونیسئ اولاندې نسبتونه بشپړ کړئ.



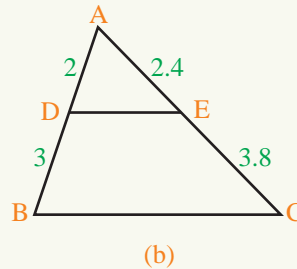
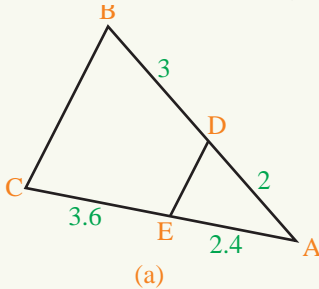
$$\frac{\overline{AM}}{\overline{MB}} = ?$$

$$\frac{\overline{AM}}{\overline{AB}} = ?$$

$$\frac{\overline{AN}}{\overline{NC}} = ?$$

$$\frac{\overline{MB}}{\overline{AB}} = ?$$

3- په لاندې کوم یوه شکل کې \overline{DE} له \overline{BC} سره موازي دی؟



په مثلث کې د تالس قضیه

آیا کولای شئ په مثلث کې موازي خطونه ووبنئ؟

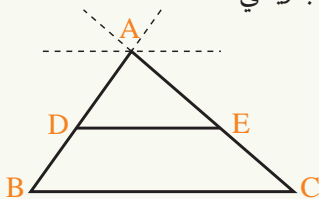


فعالیت

- یو کیفی مثلث رسم کړئ او دهغه په یوې ضلعې باندې یو ټکی په پام کې ونیسئ.
- له دې ټکي څخه د مثلث له یوې ضلعې سره موازي خط رسم کړئ ترڅو د مثلث بله ضلع قطع کړي. پیدا شوی مثلث د تورو په واسطه وښیا ست.
- د پیدا شوي مثلث د هرې ضلعې نسبت د لومړي مثلث له هم ډولو ضلعو سره ولیکي دا نسبتونه یو له بله سره څه ډول اړیکه لري؟

د پورته فعالیت په سرته رسولو سره لاندې قضیه بیانولای شو:

لومړی قضیه: که چېرې د مثلث د ضلعې له یوه ټکي څخه یو داسې خط رسم شي چې د مثلث له یوې ضلعې سره موازي وي نو د مثلث دوه نورې ضلعې متناسبا ویشي.



$$\begin{aligned} \overline{DE} & // \overline{BC} \\ \frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} & = \frac{\overline{AE}}{\overline{AC}} \end{aligned}$$

دویمه قضیه: د ABC په پورته مثلث کې د D ټکي د \overline{AB} په ضلعې باندې او د E ټکي د \overline{AC}

په ضلعې باندې داسې پروت دی چې چېرې $\frac{\overline{AD}}{\overline{DB}} = \frac{\overline{AE}}{\overline{EC}}$ وي په پایله کې $\overline{DE} // \overline{BC}$ دی.

دا رابطه د تالس د قضیې د معکوسو اړیکو په توګه پېژنو.

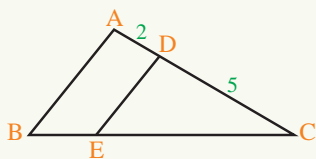
یعنې که یو خط د مثلث دوه ضلعې متناسبا تقسیم کړي، له درېمې ضلعې سره موازي دی.

لومړی مثال: په لاندې شکل کې $DE \parallel AB$ او $\frac{CD}{DA} = \frac{5}{2}$ دي. نسبت له خوسره مساوي دی؟

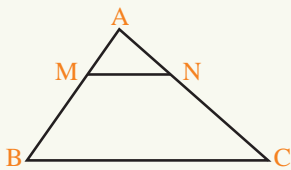
حل: څرنگه چې $DE \parallel AB$ دی. او د ضلعو تر منځ تناسب شته يعنی:

$$\frac{CE}{EB} = \frac{CD}{DA}$$

نو: $\frac{CE}{EB} = \frac{CD}{DA} = \frac{5}{2}$



دویم مثال: د ABC په مثلث کې د AB او AC په ضلعو باندې د M او N دوه ټکې داسې وټاکئ چې $AM = \frac{1}{3}AB$ ، $AN = \frac{1}{3}AC$ وي.



آیا $MN \parallel BC$ او سره موازي کيدای شي؟

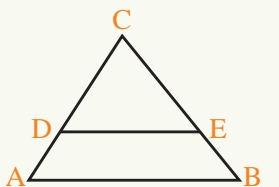
حل: له پورته رابطو څخه ليکلای شو: $\frac{AM}{AB} = \frac{1}{3}$ ، $\frac{AN}{AC} = \frac{1}{3}$

د پورته، اړيکوله پر تله کولو څخه لرو چې: $\frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB}$

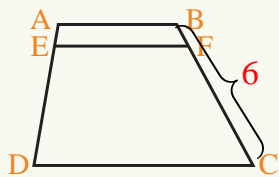
څرنگه چې د ضلعو په منځ کې تناسب شته، د تالس معکوسي قضیې په اساس ليکلای شو:

$$\overline{MN} \parallel \overline{BC}$$

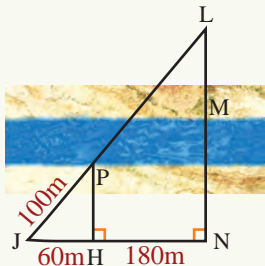
تمرین



1- په مخامخ شکل کې $DE \parallel AB$ ، $AC = 12\text{cm}$ ، $BC = 15\text{cm}$ او $EB = 5\text{cm}$ دي د AD او DC اوږدوالی پيدا کړئ.



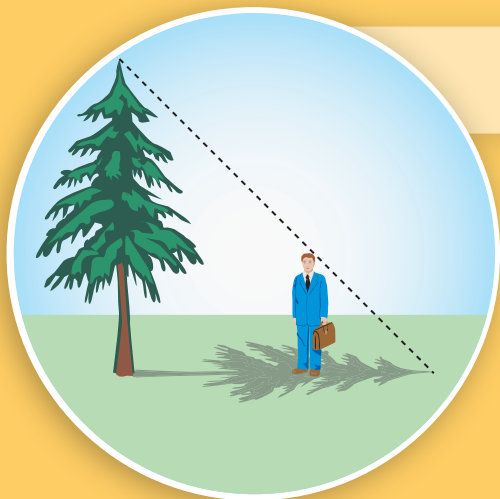
2- د $ABCD$ ، په ذودونقه کې $EF \parallel CD$ او $AE = \frac{1}{7}ED$ ، د BC دي BF او FC پيدا کړئ.



3- د L کلی درود يوي خواته اود بريښنا دليږدولو پایې درودبلي خواته دي. په شکل کې د درکړ شوې فاصلې له مخې د اړتيا د سيم اوږدوالی چې کلي ته بريښنا ورسوي پيدا کړئ يعنې JL محاسبه کړئ.

د مثلثونو د ورته والي حالتونه لومړي حالت

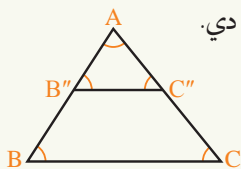
آيا کولای شئ د احمد او د ونې د
سيورې له مخې د ونې ارتفاع (جگوالې)
پيدا کړئ؟



فعاليت

- د ABC او $A'B'C'$ مثلثونه داسې رسم کړئ که چيرې $\hat{A} = \hat{A}'$ او $\hat{B} = \hat{B}'$ وي.
- د \overline{AB} په ضلعي باندې د B'' ټکي داسې وټاکئ چې $\overline{A'B''} = \overline{AB''}$
- د B'' په ټکي کې يوه زاويه جوړه کړئ چې له B' سره مساوي وي. آيا د \overline{CB} خط له دې خط سره موازي دی، ولې؟
- د $AB''C''$ او $A'B'C'$ مثلثونه يوله بل سره څه ډول اړيکې لري؟
- د ABC په مثلث کې $\overline{B''C''} \parallel \overline{BC}$ دی، د تالس رابطه وليکئ.
- آيا پایله اخيستلې شئ چې $\triangle AB''C'' \sim \triangle ABC$ ؟

په پورته فعاليت کې مو وليدل چې د ABC او $AB''C''$ يو بل ته ورته دي څرنگه چې
 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ نو: $\triangle AB''C'' \cong \triangle A'B'C'$
قضيه: که چېرې دوه مثلثونه دوه مساوي زاوې ولري مثلثونه يو بل ته ورته دي.

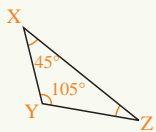
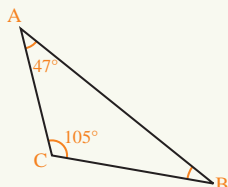


$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{A}' \\ \hat{B} = \hat{B}' \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C' \quad \text{نو:}$$

مثال: آيا لاندې مثلثونه يو بل ته ورته دي؟

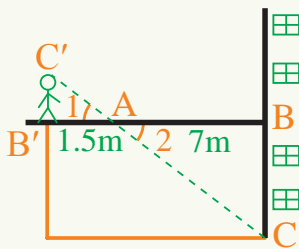
حل: له شکل څخه ليدل کيږي چې

$$\hat{A} = 47^\circ, \hat{X} = 45^\circ, \hat{C} = \hat{Y} = 105^\circ, \hat{B} = 28^\circ$$



او $\hat{Z} = 30^\circ$ لیدل کیري چې د دواړو مثلثونو زاوې یو په یو، له یو بل سره مساوي نه دي. له دې امله د ABC او XYZ مثلثونه یو له بل سره ورته مثلثونه، نه دي.

مثال: د یو روغتون دوه مختلفې برخې د یوه هوایي پله په واسطه نښلول شوي دي. بریالی د دې پله د جگوالي د پیدا کولو لپاره لکه په شکل کې د پله په پای کې دربري او د خپل لیدلو شعاع یې د زاوې په راس باندې د لیدلو د خط او ودانې ترمنځ



په پام کې ونیوله.

ولې د ABC او $AB'C'$ دوه مثلثونه یو بل ته ورته دي؟

په شکل کې د ټاکلو اندازو په پام کې نیولو سره که چیرې د بریالي د تنې اوږدوالي $1,8m$ وي د پله جگوالي یعنې BC په لاس راوړئ.

حل: په شکل کې لیدل کیري چې: $\hat{B} = \hat{B}' = 90^\circ$
متقابل بالرأس دی. $\hat{A}_1 = \hat{A}_2 \dots$

$$\hat{C} = \hat{C}'$$

نو:

د مثلثونو د ورته والي له لومړي حالت څخه لیکلی شو: $\triangle ABC \sim \triangle AB'C'$

څرنگه چې مثلثونه یو بل ته ورته دي، نو د هغو د ضلعو په منځ کې تناسب موجود دی.

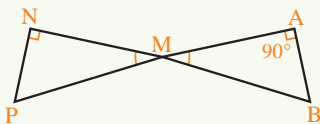
$$\frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AB'}}$$

$$\frac{\overline{BC}}{1.8m} = \frac{7m}{1.5m}, \quad \overline{BC} = \frac{7m \cdot 1.8m}{1.5m} = \frac{7 \cdot 18m^2}{15m}$$

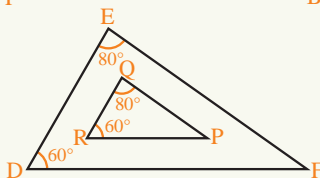
$$\overline{BC} = \frac{42}{5} m$$

$$\overline{BC} = 8.4m$$

تمرین

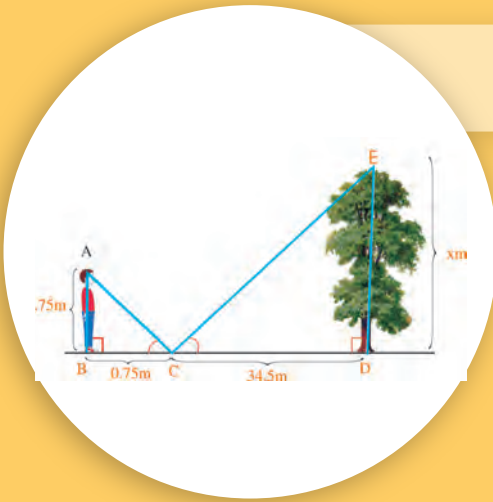


1- په مخامخ شکل کې ثبوت کړئ، چې: $\triangle NMP \sim \triangle MAB$

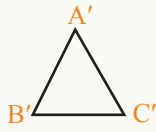
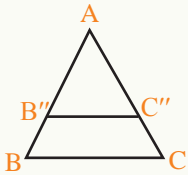


2- په مخامخ شکل کې ثبوت کړئ، چې: $\triangle RQP \sim \triangle DEF$

څرنګه کولای شو چې د ونې جګوالی محاسبه کړو؟



فعالیت



د ABC او $A'B'C'$ په دوو مثلثونو کې $\hat{A} = \hat{A}'$ او

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}}$$

په پام کې ونیسئ.

• د B'' ټکی د \overline{AB} په ضلع باندې داسې وټاکئ چې $\overline{AB''} = \overline{A'B'}$ شي.

• د B'' څخه خط د \overline{BC} له ضلعې سره داسې یو موازي رسم کړئ چې د \overline{AC} ضلع قطع کړي او د تقاطع ټکی یې په C'' سره ونښاست.

• د ABC په مثلث کې د تالس قضیه ولیکئ.

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}}$$

په تناسب کې د $\overline{A'B'}$ پر ځای د هغه مساوي قیمت ولیکئ.

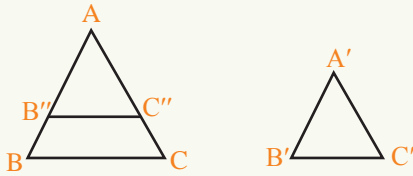
$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AB''}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}}$$

د $\frac{\overline{AB}}{\overline{AB''}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}}$ او $\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}}$ له تناسبو څخه څه ډول اړیکه په لاس راوړلای شئ؟

• آیا د $A'B'C'$ او $AB''C''$ دوه مثلثونه یوله بل سره انطباق منونکي دي؟ ولې؟

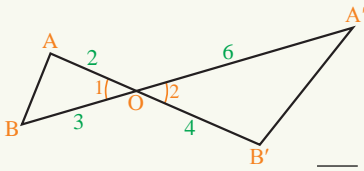
• د ABC او $AB''C''$ یو له بل سره څه اړیکه لري؟ ولې؟

• آیا کولای شئ له ABC او $A'B'C'$ څخه د ورته والې نتیجه په لاس راوړئ؟
په پورته فعالیت کې مو ولیدل چې $A'B'C' \cong AB''C''$ او $A'B'C' \sim ABC$ دي.
نو کولای شو دې پایلې ته ورسېږو چې $ABC \sim A'B'C'$ دی.



قضیه: که چیرې د یوه مثلث دوه ضلعې د بل مثلث له دوو ضلعوسره متناسبې او په دواړو مثلثونو کې، د دوو ضلعو په منځ کې زاوېې انطباق منونکې وي، مثلثونه یو بل ته ورته دي. که چیرې $\frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'}$ او $\hat{A} = \hat{A}'$ وي.

نو: $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$



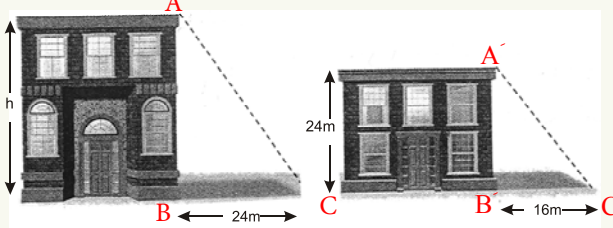
مثال: آیا د $\triangle OAB$ او $\triangle OA'B'$ یو بل ته ورته دي؟
حل: څرنګه چې

مقابل بالراس: $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$
 $\frac{OA}{OB'} = \frac{OB}{OA'} = \frac{1}{2}$

څرنګه چې د مثلثونو دوه ضلعې یوله بل سره متناسبې او د ضلعو په منځ کې زاوېې مساوي دي.

نو: $\triangle OAB \sim \triangle OA'B'$

مثال: د یوې ودانۍ د سیوري اوږدوالې 16m دی. په داسې حال کې چې له هغه څخه د بلې جګې



ودانۍ د سیوري اوږدوالې 24m دی د جګې ودانۍ جګوالې په داسې حال کې پیدا کړئ چې دکوچني ودانۍ جګوالې 24m وي.

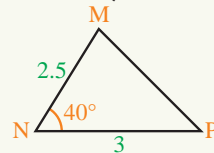
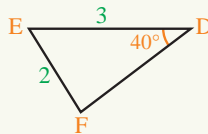
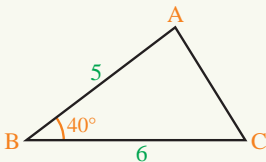
حل: که چیرې په پای

کې ودرېږو او د جګوالې وروستي ټکې ته وګورو نو دوه، ورته مثلثونه جوړیدای شي د $\triangle ABC$ او $\triangle A'B'C'$ د ورته مثلثونو ضلعو د تناسب لیکلې شو چې:

$$\frac{h}{24m} = \frac{24m}{16m} \Rightarrow h = \frac{24m \cdot 24m}{16m} = 36m$$

تمرین

1- په لاندې شکلونو کې کوم دوه مثلثونه یو بل ته ورته دي؟





که چیرې د گوتې اوږدوالې 5cm وي د گوتې تصویر خومره اوږدوالې لري؟

فعالیت

- د ABC مثلث داسې رسم کړئ چې $\overline{BC} = 12$, $\overline{AC} = 9$, او $\overline{AB} = 6$ وي وروسته له هغه یې زاوې اندازه کړئ.
- د MNP مثلث داسې رسم کړئ چې $\overline{NP} = 4$, $\overline{MP} = 3$, او $\overline{MN} = 2$ وي د نوموړي مثلث د زاویو اندازه پیدا کړئ.
- د پورته قیمتو نو په پام کې نیولو سره لاندې جدول بشپړ کړئ:

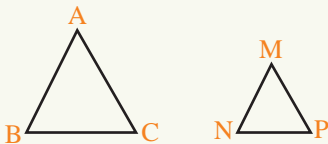
په

مثلث	ضلعې	زاوې
$\triangle ABC$	$\overline{AB} = 6, \overline{AC} = 9, \overline{BC} = 12$	$\hat{A} = ?, \hat{B} = ?, \hat{C} = ?$
$\triangle MNP$	$\overline{MN} = 2, \overline{MP} = 3, \overline{NP} = 4$	$\hat{M} = ?, \hat{N} = ?, \hat{P} = ?$
د ضلعو تر منځ نسبت	$\frac{\overline{AB}}{\overline{MN}} = ?, \frac{\overline{BC}}{\overline{NP}} = ?, \frac{\overline{AC}}{\overline{MP}} = ?$	

پورته فعالیت کې مو ولیدل چې د مثلثونو د ضلعو په منځ کې نسبت شته او همدارنگه د دواړو مثلثونو زاوې یو له بل سره مساوي دي.

نو له دې امله $\triangle ABC \sim \triangle MNP$

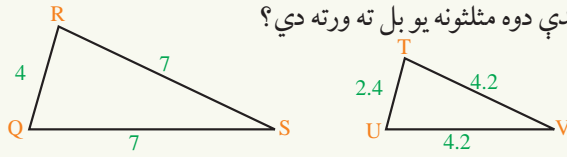
قضیه: که چېرې د یوه مثلث درې ضلعې د بل مثلث له درېو ضلعو سره متناسبې وي دا دوه مثلثونه ورته مثلثونه دي.



$$\frac{\overline{QR}}{\overline{UT}} = \frac{4}{2.4} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{\overline{RS}}{\overline{TV}} = \frac{7}{4.2} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{\overline{QS}}{\overline{UV}} = \frac{7}{4.2} = \frac{5}{3}$$



مثال: آیا لاندې دوه مثلثونه یو بل ته ورته دي؟
حل:

نو: د $\triangle QRS \sim \triangle TUV$ دی.

مثال: د برج جگوالي \overline{AB} د هغه دسیورې یعنی د \overline{AC} له مخې وټاکئ.

حل: د دې کار لپاره یوه ستن (میله) د ځمکې په سطحې باندې په عمودي توګه داسې دروو چې پورته

سریې یعنی د N ټکی د B او C له ټکو سره په یوه مستقیم باندې راشي.

څرنګه چې: $\triangle ABC \sim \triangle CMN$ دي، نو:

په پورته رابط کې د \overline{MN} ، \overline{MC} او \overline{AC} اوږدوالي معلوم دي. کولای شو د پورته رابطې په مرسته د

\overline{AB} اوږدوالي چې د برج جگوالي دی په لاندې توګه پیدا کړو.

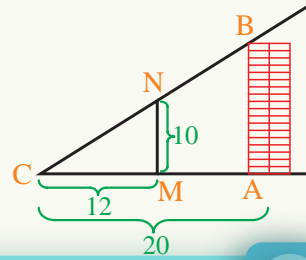
$$\frac{\overline{AB}}{\overline{MN}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{MC}} \quad \text{د } \triangle CMN \text{ او } \triangle CAB \text{ په ورته مثلثونو کې لرو:}$$

$$\frac{\overline{AB}}{10} = \frac{20}{12}$$

$$12\overline{AB} = 20 \cdot 10$$

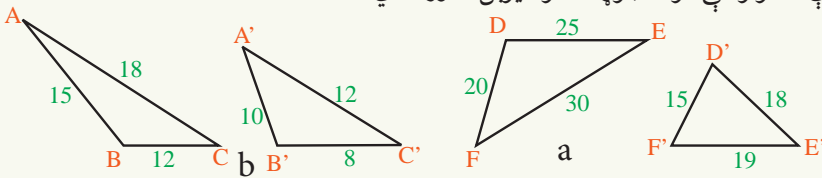
$$\overline{AB} = \frac{200}{12}$$

$$\overline{AB} = 16.6$$

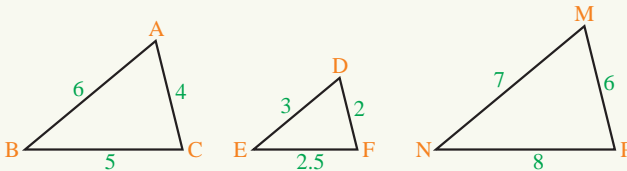


تمرین

1- په لاندې مثلثونو کې کومه جوړه مثلثونه یو بل ته ورته دي؟



2- په لاندې شکلونو کې وښیاست چې کوم دوه مثلثونه یو بل ته ورته دي؟



ددرېم فصل مهم ټکي:

- 1- ورته شکلونه له هغه شکلونو څخه عبارت دي چې هم شکله (هم ډوله) وي. خو ضرور نه ده چې اندازي يې يو له بله سره مساوي وي.
- 2- مضلع گانې هغه وخت يو بل ته ورته وې چې لاندې خواص ولري:
(a) په ورته مضلع گانو کې ټولې زاويې بايد يو په يو سره انطباق منونکې وي.
(b) د مضلع گانو د زاويو مخامخ اړوندې ضلعي يوله بل سره متناسبې وي.
- 3- که چېرې په مساوي فاصلو سره موازي خطونه څو قاطع، پرې کړي د هغو پر مخ باندې په مساوي اندازو سره ټوټه خطونه جلا کوي.
- 4- په مساوي فاصلو سره د موازي خطونو په کارولو سره کولای شو يو ټوټه خط پر مساوي ټوټه خطونو باندې ووېشو.
- 5- که چېرې موازي خطونه دوه قاطع، پرې کړي او د يوه قاطع پر مخ باندې مساوي ټوټې جلا کړي. د بل پر مخ باندې هم مساوي ټوټې جلا کوي.
- 6- د تالس قضيه په مثلث کې: که چېرې يو خط د مثلث د يوې ضلعي له يوه ټکي څخه يو موازي خط د مثلث له بلې ضلعي سره رسم شي، دا دوه متقاطع ضلعي متناسب وېشي.
- 7- د تالس د قضيه عکس: که چېرې يو خط د مثلث دوه ضلعي متناسب قطع کړي يعنې يو تناسب جوړ کړي نو دا خط له درېمې ضلعي سره موازي دی.
- 8- دوو مثلثونو ته هغه وخت ورته مثلثونه وايو چې ټولې زاويې يې يو په يو انطباق منونکې او يا ضلعي يې يوله بل سره متناسبې وي يعنې که چېرې له دې دوو خاصيتونو څخه يو يې په مثلثونو کې سم وي مثلثونه يو بل ته ورته دي.
- 9- مثلثونه په درېو حالتونو کې يو بل ته ورته دي:
(a) **لومړی حالت:** که چېرې د يوه مثلث دوه زاويې د بل مثلث له دوو زاويو سره مساوي وي، مثلثونه ورته (متشابه) دي.
(b) **دویم حالت:** که چېرې د يوه مثلث دوه ضلعي د بل مثلث له دوو ضلعوسره متناسب او د ضلعو په منځ کې زاويې يې مساوي وي مثلثونه يو بل ته ورته دي
(c) **درېم حالت:** که چېرې د يوه مثلث درې ضلعي د بل مثلث له دريو ضلعوسره متناسبې وي نو دا دوه مثلثونه يو بل ته ورته دي.

عمومي پوښتنې

• لاندې پوښتنې په څير سره ولولئ دهرې پوښتنې لپاره څلور ځوابونه درکړ شوي دي. سم ځواب

بې وټاکئ. اوکرښه ترې تاوه کړئ:

1- يو متساوي الاضلاع مثلث ورته دی:

(a) مختلف الاضلاع مثلث ته (b) متساوي الاضلاع مثلث ته

(c) متساوي الساقين مثلث ته (d) يوه ته هم نه دی

2- ټولې متساوي الزاويي څلور ضلعي گانې يو بل ته:

(a) ورته دي (b) انطباق منونکي دي (c) متوازي الاضلاع دي (d) يو يې هم نه دي

3- د ABC او DEF مثلثونه يو بل ته ورته دي. که چېرې $\hat{A} = \hat{D}, \hat{B} = \hat{E}$ او،

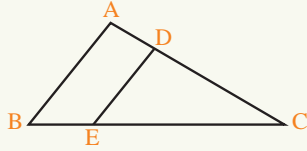
$\overline{AC} = 12\text{cm}$, $\overline{AB} = 9\text{cm}$ او $\overline{DE} = 3\text{cm}$ وي، په دې صورت کې د \overline{DF} اوږدوالی عبارت

دې له:

(a) 3cm (b) 4cm

(c) 6cm (d) 7cm

4- په لاندې شکل کې $\overline{AB} \parallel \overline{ED}$ او $\frac{\overline{CD}}{\overline{AD}} = \frac{5}{2}$ دي د $\frac{\overline{CE}}{\overline{EB}}$ نسبت عبارت دی له:



(a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{5}{2}$ (c) $\frac{4}{5}$ (d) $\frac{1}{2}$

5- د ABC مثلث د ضلعو اندازه 8، 12 او 16 سانتي متره دي دامثلث لاندې کوم يوه مثلث ته

ورته دی؟ د ضلعو اندازې يې په لاندې توگه درکړ شوي دي.

(a) هغه مثلث چې ضلعي يې 6، 9 او 12 سانتي متره وي.

(b) هغه مثلث چې ضلعي يې 12، 8 او 6 سانتي متره وي.

(c) هغه مثلث چې ضلعي يې 8، 9 او 12 سانتي متره وي.

(d) هغه مثلث چې ضلعي يې 16، 10 او 12 سانتي متره وي.

• لاندې جملې په پام سره ولولئ دسمې پوښتنې مخې ته د (ص) توری اود ناسمې مخې ته د(غ)

توری وليکئ.

1- () دوه قايم الزاويه مثلثونه په هغه صورت کې يو بل ته ورته دي چې د وترونو اوږد والې يې سره

مساوي وي.

2- () ټول مستطيلونه يو بل ته ورته دي.

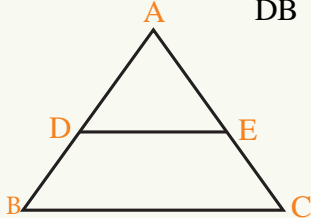
- 3- () که چیرې د یوه مثلث دوه ضلعې او د منځ زاویه یې د بل مثلث له دوو ضلعو او د منځ له زاویې سره انطباق منونکې وي نوموړې مثلثونه یو بل ته ورته دي.
- 4- () که چیرې د یوه مثلث درې ضلعې د بل مثلث له دريو ضلعوسره متناسب وي نوموړې مثلثونه یو بل ته ورته دي.
- 5- () ټول ورته مثلثونه انطباق منونکې دي.
- 6- () ټول قایم الزاویه مثلثونه یو بل ته ورته دي.
- 7- () که چیرې یو خط د مثلث له یوې ضلعې سره موازي وي، نو له دوو نورو ضلعوسره مساوي دی.

• لاندې جملې په پوره پام سره ولولئ او تشخا یونه په مناسبو کلمو سره ډک کړئ:

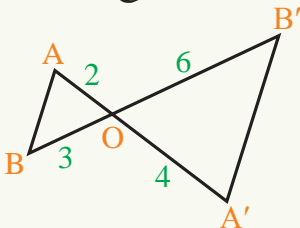
- 1- که چیرې یو خط د مثلث دوه ضلعې متناسباً ویشی نو دا خط مثلث له دریمې ضلعې سره دی.
- 2- که چیرې په مساوي فاصلو سره موازي خطونه خو ټوټه خطونه قطع کړي، د هغویو مخ باندې جلا کوي.
- 3- دوه مثلثونه هغه وخت یو بل ته ورته دي چې د یوه مثلث د بل انطباق منونکې وي.
- 4- ورته مضلعات ضلعو لرونکې او زاویې وي.

• لاندې پوښتنې حل کړئ.

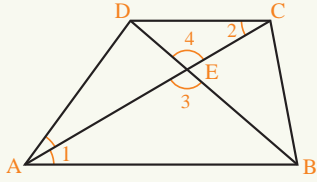
- 1- په لاندې شکل کې د D د \overline{AB} منځنۍ ټکی دی د $\frac{\overline{AD}}{\overline{DB}} = \frac{\overline{AE}}{\overline{EC}}$ پیدا کړئ.



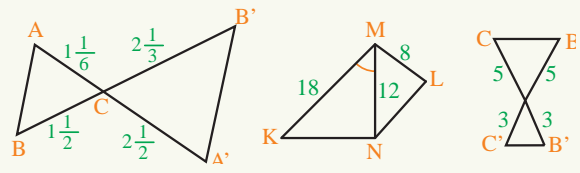
- 2- د OAB ، $O'A'B'$ دوه مثلثونه ولي یو بل ته ورته دي؟ دهغو دضلعو تر منځ تناسب وليکي او مساوي زاویې یې وټاکي.



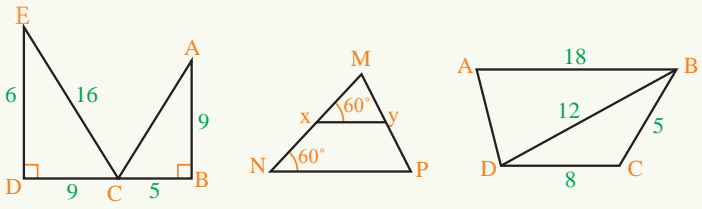
3- په لاندې ذوقه کې ثبوت کړي چې د $\triangle ABE$ او $\triangle ECD$ مثلثونه یو بل ته ورته دي.



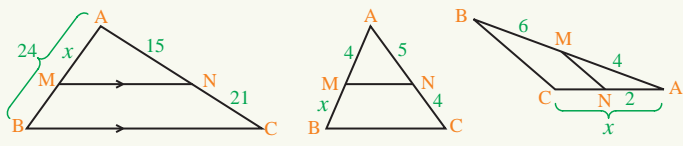
4- په لاندې مثلثونو کې د دوو مثلثونو کومه جوړه یو بل ته ورته دي.



5- په هر شکل کې په مثلثونو باندې غور وکړئ وپې ټاکی چې کومه جوړه مثلثونه د ورته والی په کوم حالت کې یو بل ته ورته دي.



6- په لاندې ورته شکلونو کې $\overline{MN} \parallel \overline{BC}$ دي د تالس د قضیې په کارولو سره X پیدا کړئ.



څلورم فصل

تناظر





د تناظر مفهوم



آیا تر اوسه مو فکر کړی دی چې
خومره متناظر شکلونه زموږ په
چاپیریال او طبیعت کې شته دي؟

فعالیت

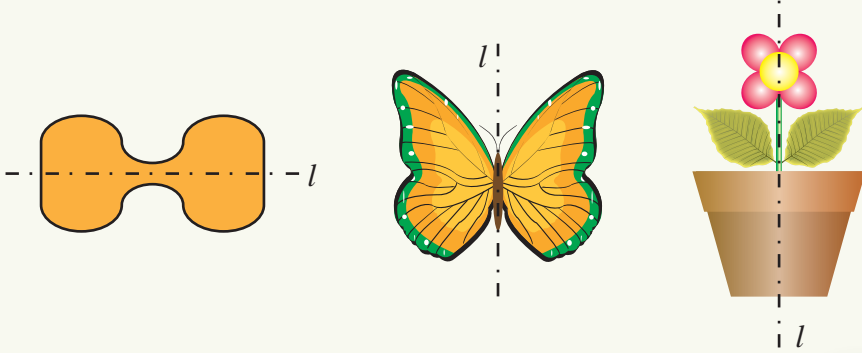
لاندې شکلونو ته پاملرنه وکړی:



- که چېرې پورتنی شکلونه د/ د خط په امتداد سره قات کړو څه شی لیدل کیږي؟
 - آیا ویلای شو چې د شکل دوه برخې چې د/ خط دواړه خواو ته دي انطباق منونکی دي؟
 - آیا کولای شو د پورتنیو شکلونو پر مخ باندې بل خط رسم کړو؟ که چېرې شکل د رسم شوی خط په امتداد قات کړو د شکل دوه برخې یو په بل باندې منطبق شي؟
- له پورتنی فعالیت څخه لیدل کیږي چې ځینې شکلونه دا خاصیت لري که چېرې هغه د یو خط په امتداد سره قات کړو نو د شکل دواړه برخې یو پر بل باندې منطبق کیږي. دلته وایو چې شکل نسبت خط ته متناظر دی.

که چېرې یو شکل د خط په امتداد سره قات شي اودواړه برخې یې یو پر بل باندې منطبق شي، دې دوو شکلونو ته متناظر شکلونه نسبت وخط ته وایي او هغه خط چې شکل په هغه باندې قات شوی د تناظر محور بلل کیږي.

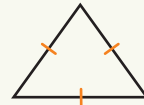
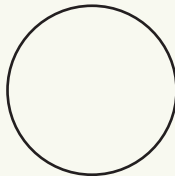
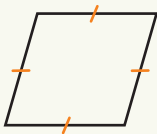
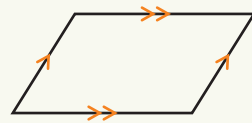
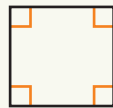
مثال: لاندې شکلونه نسبت د/ خط (د تناظر محور) ته متناظر دي:



تمرین

په لاندې هر یوه شکل کې د تناظر محور د شتوالی په صورت کې رسم کړئ او وویاست چې هر یو شکل د تناظر څو محوره لري او همدارنگه لاندې جدول بشپړ کړئ.

شکل	مستطیل	مربع	متوازي الاضلاع	لوزي	دايره	متساوي الاضلاع مثلثونه
د تناظر د محورونو شمېر						

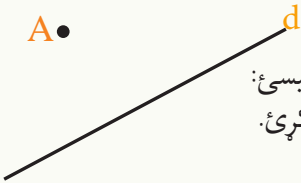


محوري تناظر



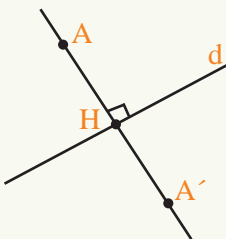
د طبیعت ډېر موجودات متناظر حالت لري. آیا کولای شئ په طبیعت کې د متناظر و نورو شکلونو نومونه واخلي؟

فعالیت



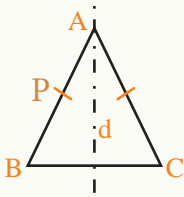
- د d خط او د هغه څخه د باندې د A یو ټکی په پام کې ونیسئ:
- د A له ټکي څخه د d پر خط باندې عمودي خط رسم کړئ.
- د هغو د تقاطع ټکي ته H وویاست.
- AH په خپله اندازې اوږد کړئ چې د A' ټکی لاس ته راشي.
- آیا $AH = A'H$ دی. ولي؟
- آیا $A'H \perp d$ دی. ولي؟
- آیا دې پایلې ته رسیږو چې d د AA' عمودي ناصف دی؟

تعریف



د A' ټکې د A ټکې متناظر نسبت د d خط ته بولي. که چېرې د d خط عمودي ناصف د هغه ټوټه خط وي چې A او A' یې سره نښلولي دي لکه مخامخ شکل. د هر شکل محوري تناظر له هغه هندسي شکل څخه عبارت دی چې هره نقطه یې نسبت د لومړي شکل یوې نقطې ته متناظره وي.

فعالیت

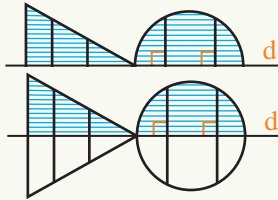


- د ABC په متساوي الساقين مثلث کې د d خط د \overline{BC} د قاعدې عمودې ناصف دی.
- که چېرې نو موری مثلث د d پر خط باندې قات کړو.
- آیا د مثلث دواړه برخې یو پر بل باندې منطبق کېږي؟
- د \overline{AB} پر ضلعې باندې د P یو ټکی وټاکئ لکه په شکل کې
- د P له ټکې څخه پر d باندې عمود رسم کړئ او د تقاطع ټکې ته H وویاست. امتداد ورکړئ تر څو AC په P' کې قطع کړي.
- آیا کولای شئ نتیجه واخلئ چې $\overline{PH} = \overline{P'H}$ دي؟ ولی؟
- آیا کولای شئ نتیجه واخلئ چې د d خط د $\overline{PP'}$ د ټوټه خط عمودې ناصف دی؟ ولی؟
- د Q یو بل ټکی د \overline{AC} د ضلعې په مخ باندې وټاکئ او پورتنی مرحلې تکرار کړئ.

له پورته فعالیت څخه لیدل کېږي چې د \overline{AB} د ضلعې د هر ټکې تناظر نسبت د d تناظری محور ته د \overline{AC} په ضلعې باندې دی.

که چېرې یو شکل نسبت یوه خط ته متناظر وي د هغه شکل تناظری محور د هغو ټوټه خطونو عمودې ناصف دی چې د شکل مخا مخ ټکې یو له بل سره نښلوي.

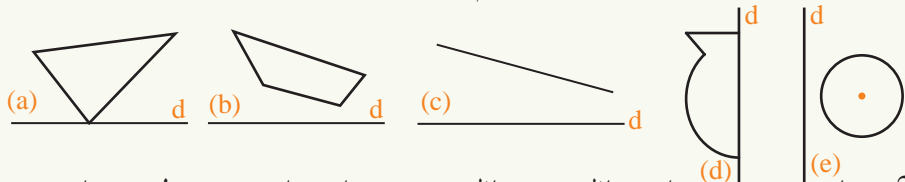
مثال: د درکړ شوي شکل متناظر نسبت د d خط ته په لاس راوړئ.



حل: ددې په پام کې نیولو سره چې د تناظر محور د مخا مخ ټکو د نښلو لو ټوټه خطونو عمودې ناصف دی. نو دلته د شکل له هر ټکې څخه د d په خط باندې عمود رسموو او په خپلې اندازې یې اوږدوو د لاس ته راغلو ټکو له نښلولو څخه د شکل تناظر په لاس راځي.

تمرین

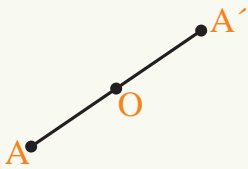
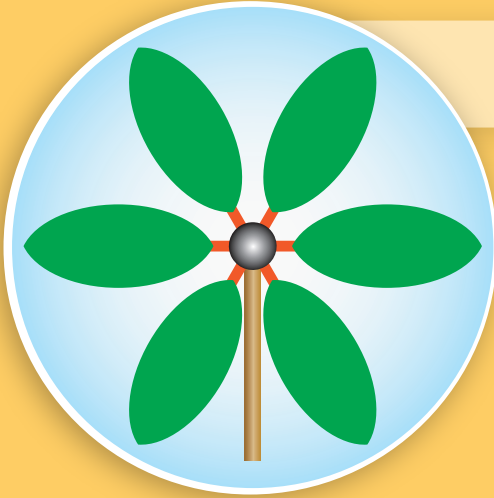
1- د هر شکل متناظر نسبت د d خط ته رسم کړئ.



2- وښیاست چې د یوې تناظر نسبت تناظری محور ته داسې زاویه ده چې د لومړۍ زاویې سره مساوي او مختلف الجهت ده.

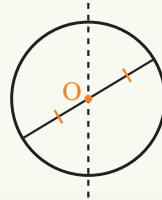
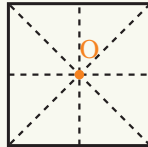
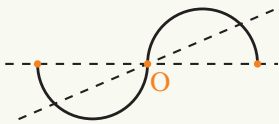
مرکزي تناظر

آيا په څرخ کې تناظر ليدلای شی؟

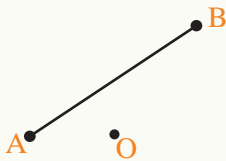


د A' ټکی د A د ټکي متناظر نسبت د O ټکي ته بولي. که چېرې O د AA' د ټوټه خط منځنی ټکی وي. په دې حالت کې O ته مرکزي تناظر وایي او وایو A او A' نسبت د O ټکی ته متناظر دي.

همدا رنگه که چېرې S د ټکو یو سټ او O د S یو ټکی وي. که چېرې S د هر ټکي متناظر نسبت O ته د S پر مخ باندې وي، نو وایو S نسبت O ته متناظر دی. په دې حالت کې O د S مرکزي تناظر دی او S مرکزي تناظر لري. **مثال:** لاندې شکلونه نسبت د O ټکي ته متناظر دي:



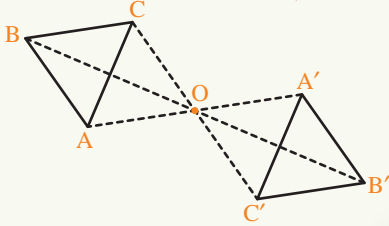
فعالیت



- د AB ټوټه خط او د O ټکی په پام کې ونیسئ.
- د A ټکی له O سره ونښلوئ او په خپل یعنی د OA په اندازه سره یې اوږد کړئ او پای ته یې A' ووايا ست.
- آیا د A' ټکي د A د ټکي متناظر نسبت د O ټکي ته دی؟
- د B ټکی له O سره ونښلوئ او د OB په اندازه سره یې اوږد کړئ

- او پای ته یې B' وویاست.
- آیا B د B' د ټکې متناظر نسبت O ته دی؟
- په خپله خوښه د P ټکې د AB د ټوټه خط پر مخ وټاکئ.
- د P ټکې له O سره ونښلوئ او په خپله اندازه یې اوږد کړئ پای ته یې P' وویاست.
- آیا P' د $A'B'$ پر مخ باندې راځي.

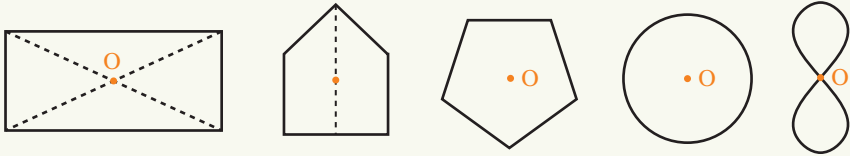
• آیا د $A'B'$ ټوټه خط د AB ټوټه خط متناظر نسبت O ته دی؟
 د یوه شکل د تناظر پیدا کولو لپاره نسبت د O یوه ټکې ته باید د شکل هر ټکې له O سره ونښلوو او په خپل اندازه سره امتداد ورکړو.
 هغه شکل چې د لاس ته راغلو ټکو له نښلولو څخه لاس ته راځي د اصل یا لومړني شکل متناظر د O ټکې ته دی.



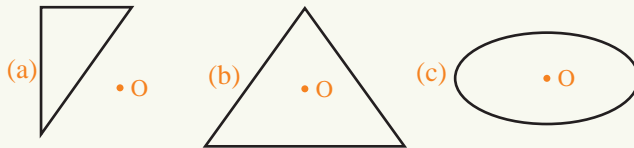
مثال: په مخامخ شکل کې د $A'B'C'$ مثلث د ABC د مثلث متناظر نسبت د O ټکې ته دی.
پوښتنه: د ABC زاوې متناظره زاویه نسبت د O ټکې ته په لاس راوړئ؟

تمرین

1- په لاندې کوم یوه شکل کې د O ټکې مرکزي تناظر دی؟



2- دلاندې شکلونو متناظر نسبت د O ټکې ته رسم کړئ:



• د تناظر او تناظري محور مفهوم:

که چېرې د یو خط په امتداد سره یو شکل داسې قات کړو چې د شکل دوه برخې یو پر بل باندې منطبقې شي، دې شکل ته متناظر نسبت خط ته وايي او هغه خط چې شکل یې پر مخ باندې قاتیږي د شکل تناظري محور بلل کېږي.

• محوري تناظر:

د A' ټکی د A د ټکي متناظر نسبت د d خط ته وايو که چېرې د d خط د A او A' تر منځ دټوټه خط عمودې ناصف وي.

• که چېرې د A ټکی د d د خط پر مخ باندې وي، متناظر یې نسبت د d خط ته په خپله همغه ټکی دی.

• که چېرې یو شکل نسبت یوه خط ته متناظر وي د شکل تناظري محور د هغه ټوټه خط عمودې ناصف دی، چې د شکل پر مخ د متناظر نښلونکو ټکو په منځ کې دی.

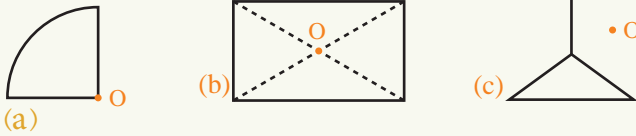
• مرکزي تناظر:

که چېرې S د ټکو یو سیټ او (O) یو ټکی وي. د S د هر ټکي متناظر نسبت (O) ته په خپله د S پر مخ باندې دی.

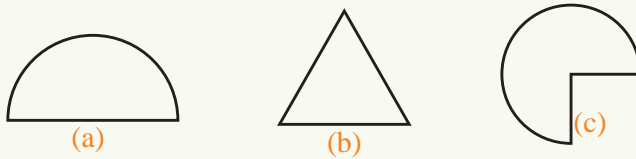
نو وایو S نسبت د (O) ټکي ته متناظر دی. په دې صورت کې (O) د S تناظري مرکز دی او S مرکزي تناظر لري.

لاندي پوښتني حل كړئ:

1- د لاندي هر شكل متناظر نسبت د O ټكي ته رسم كړئ.



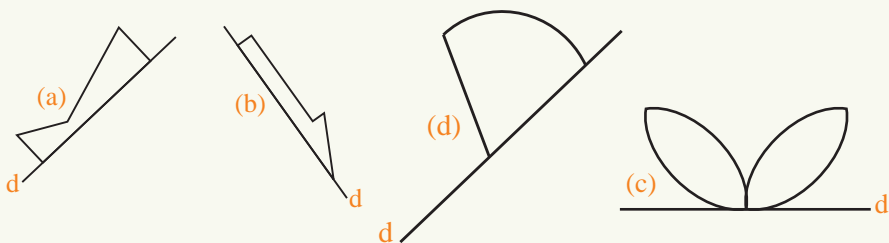
2- د هر شكل تناظري محور رسم كړئ:



3- هغه شكلونه وټاكئ چې مركزي تناظر لري او بيا د هر شكل پر مخ باندي مركزي تناظر وښياست:



4- د هر شكل متناظر نسبت د d خط ته پيدا كړئ:



5- په دوو شكلونو كې وښياست كه چېرې يو شكل د تناظر دوه محوره ولري د هغو د تقاطع ټكي د شكل مركزي تناظر دی.

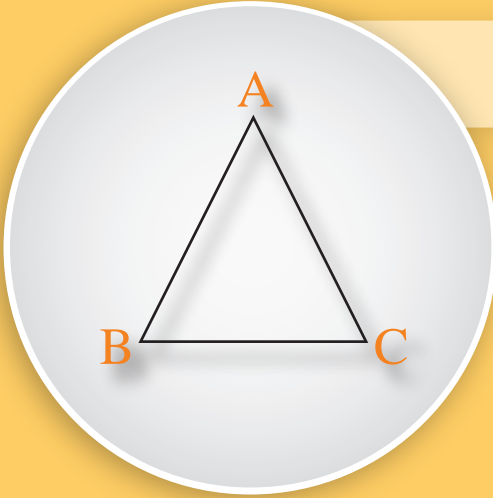
پنجم فصل

د مثلث قضيبي





د متساوی الساقین د مثلث قضیې

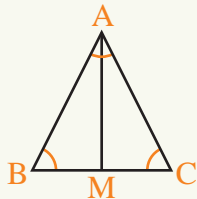


د ABC د مثلث ضلعې اندازه کړئ.
دا مثلث څه ډول مثلث بلل کېږي؟
ددې مثلث د زاویو ترمنځ څه ډول اړیکې شته؟

فعالیت

- د ABC متساوی الساقین مثلث داسې رسم کړئ چې د هغه $\overline{AB} = \overline{AC}$ وي.
 - د ABC په متساوی الساقین مثلث کې مساوي ضلعې په څه نامه یادېږي؟
د مساوي ضلعو مخامخ زاویې د نقالي په مرسته اندازه کړئ. ددې دوو زاویو ترمنځ څه ډول اړیکې لیدلای شئ؟
 - یو بل متساوی الساقین مثلث رسم کړئ، پورتنی عملیه ورباندې تکرار کړئ او وویاست څه ډول پایله لاس ته راځي؟
له پورتنی فعالیت څخه لیدل کېږي چې په متساوی الساقین مثلث کې د مساوي اضلاعو مخامخ زاویې یو له بل سره مساوي دي چې دا غوښتنه د لاندې قضیې په توګه لولو.
- قضیه:** که چېرې د یوه مثلث دوه ضلعې یو له بل سره مساوي وي د هغو دوو ضلعو مخامخ زاویې هم یو له بل سره مساوي دي.

ثبوت: فرض کړئ چې $\overline{AB} = \overline{AC}$ دی. د \overline{BC} د ضلعې منځنی ټکی ته M وایو. د \overline{AM} میانه رسموو.

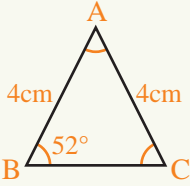


د ABM او ACM د دوو مثلثونو له مخې لرو:

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{AC} \text{ د فرضیې له مخې} \\ \overline{BM} = \overline{CM} \text{ (د } M \text{ د } BC \text{ منځنی ټکی دی)} \\ \overline{AM} = \overline{AM} \text{ (ګډه ضلع (مشترکه))} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABM = \triangle AMC$$

د درېو مساوي ضلعو له مخې داسې پایله لاس ته راوړو چې د ABM او ACM مثلثونه انطباق منونکي دي. له دې امله د هغو ټولې زاویې هم یو په یو سره مساوي دي.

په پایله کې: $\hat{B} = \hat{C}$



لومړی مثال: که چېرې د ABC په مثلث کې $\overline{AB} = \overline{AC} = 4\text{cm}$ او

$\hat{B} = 52^\circ$ وي. د \hat{C} څو درجې ده؟

حل: څرنګه چې $\overline{AB} = \overline{AC}$ ده، په نتیجه کې $\hat{B} = \hat{C}$

نو: $\hat{C} = 52^\circ$ ده.

دویم مثال: په قایم الزویه متساوی الساقین مثلث کې د هغه دوو ضلعو مخامخ زاویې څو درجې

دي؟

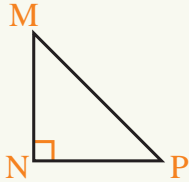
حل: د MNP په مثلث کې د \hat{N} زاویه قایمه ده.

څرنګه چې $\overline{MN} = \overline{NP}$ ده. د پورتنۍ قضیې په پام کې نیولو سره د نوموړی مثلث دوه مخامخ

زاویې یو له بل سره مساوي دي یعنې $\hat{M} = \hat{P}$

پوهیږو چې د مثلث د داخلي زاویو مجموعه 180° دي او $\hat{N} = 90^\circ$

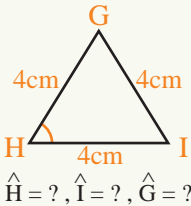
په نتیجه کې:



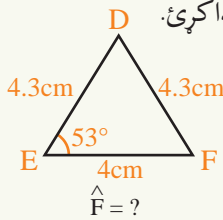
$$\left. \begin{array}{l} \hat{M} + \hat{P} = 90^\circ \\ \hat{M} = \hat{P} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{M} = \hat{P} = 90^\circ \div 2 = 45^\circ$$

تمرین

1- په لاندې شکلونو کې نامعلومې زاویې پیدا کړئ.



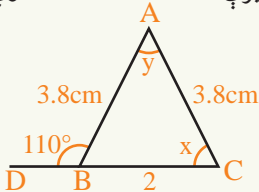
$\hat{H} = ?$, $\hat{I} = ?$, $\hat{G} = ?$



$\hat{F} = ?$

2- په لاندې شکل کې د ABC مثلث متساوی الساقین دی که چېرې $\hat{DBA} = 110^\circ$ وي

د x او y زاویې پیدا کړئ.



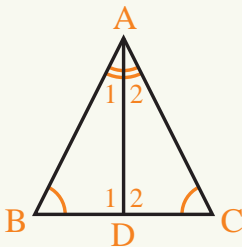
فعالیت

- د ABC مثلث داسې رسم کړئ چې په هغه کې $\hat{B} = \hat{C}$ وي.
- د خط کش په کارولو سره د ABC د مثلث د ضلعو اوږدوالی اندازه کړئ.
- ددې مثلث د ضلعو د اوږدوالي تر منځ څه ډول اړیکې لیدل کېږي؟
- یو بل مثلث چې دوه زاوې یې سره مساوي وي، رسم کړئ او پورتنی عمل ورباندې تکرار کړئ.

له پورته فعالیت څخه لیدل کېږي، هغه مثلث چې دوه مساوي زاوې ولري د مساوي زاویو مخامخ ضلعې یې هم یو له بل سره مساوي دي. دا مطلب د قضیې په توګه په لاندې ډول بیانوو:

قضیه: که چېرې د یوه مثلث دوه زاوې یو له بل سره مساوي وي د نوموړو زاویو مخامخ ضلعې هم یو له بله سره مساوي دي.

ثبوت: د ABC مثلث په پام کې نیسو داسې چې $\hat{B} = \hat{C}$ ده، د \hat{A} زاوې ناصف الزاویه رسموو او هغه ته \overline{DA} وایو.



د ABD او ACD په دوو مثلثونو کې لرو:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \\ \hat{B} = \hat{C} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{D}_2 = 90^\circ \quad \text{(ولې؟)}$$

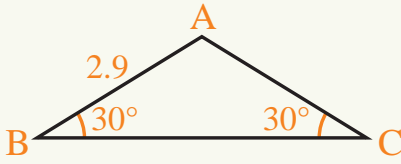
اوس د ABD او ACD په دوو مثلثونو کې لرو:

$$\left. \begin{array}{l} AD \text{ ناصف الزاویه دی} \\ \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \\ \text{قایمه دي} \\ \hat{D}_1 = \hat{D}_2 \\ \text{ګڼه ضلع ده} \\ \overline{AD} = \overline{AD} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABD \cong \triangle ACD$$

د مثلث د دوو زاویو او ضلعو د مساوي والي په پام کې نیولو سره د ABD او ACD مثلثونه انطباق منونکي دي. له دې امله د هغه هم ډوله ضلعې یو له بله سره مساوي دي.

$$\overline{AB} = \overline{AC} \quad \text{یعنې:}$$

مثال: په لاندې شکل کې $\widehat{B} = \widehat{C} = 30^\circ$ ، $\overline{AB} = 2.9\text{cm}$ دي د \overline{AC} ضلع معلومه کړئ.



حل:

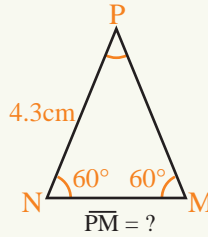
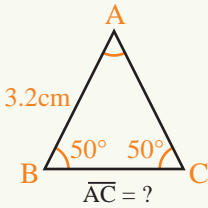
څرنگه چې: $\widehat{B} = \widehat{C}$ ده، نو نوموړی مثلث متساوی الساقین دی.

د مخکنی قضیې له مخې چې د یوه مثلث د مساوي زاویو مخامخ ضلعي سره مساوي دي، نو:

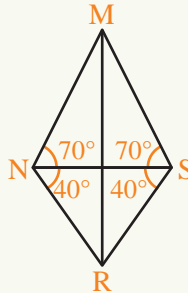
$$\overline{AB} = \overline{AC} = 2.9\text{cm}$$

تمرین

1- په لاندې شکلونو کې نامعلومې ضلعي پیدا کړئ.



2- د زاویو د اندازې له مخې په لاندې شکل کې وښایاست چې د MNR او MSR دوه انطباق منونکي مثلثونه دي.

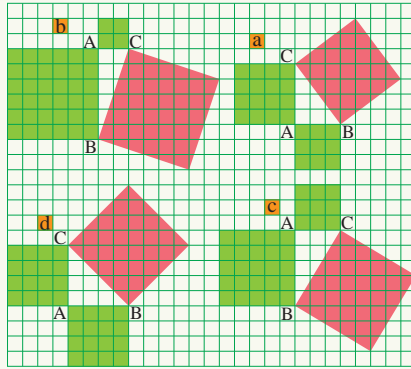


د فیثاغورث قضیه

Pythagorean theorem



فیثاغورث یو نامتو ریاضي پوه او د پخوانی یونان فیلسوف و چې له میلاد څخه 530 کاله مخکې یې ژوند کاوه.

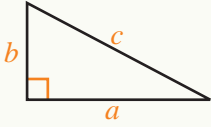


په پورته شکلونو کې لیدل کیږي چې د ABC مثلث د A په راس کې قائم الزاویه دی. د هغو مربع گانو مساحت چې د ABC د مثلث د ضلعو په واسطه جوړې شوي دي. د کوچنیو مربع گانو د شمېر په شمېرلو سره د هغو مساحت تخمین کړئ. لکه په لاندې جدول کې لیکل شوي دي. د c, b او d جزونه بشپړ کړئ:

د هغو مربع گانو شمېر چې د \overline{AB} په ضلعي باندې دي	د هغو مربع گانو شمېر چې د \overline{AC} په وتر باندې دي	د هغو مربع گانو مجموعه چې د \overline{AB} او \overline{AC} په ضلعو باندې دي	د هغو مربع گانو شمېر چې د \overline{BC} په وتر باندې دي	
9	16	25	25	a
			40	b
			34	c
			32	d

په جدول کې د لیکل شوو عددونو له مخې د قائم الزاویه مثلثونو د ضلعو په واسطه د جوړو شوو مربع گانو د مساحت په منځ کې څه ډول رابطه لیدلای شئ؟

فعالیت



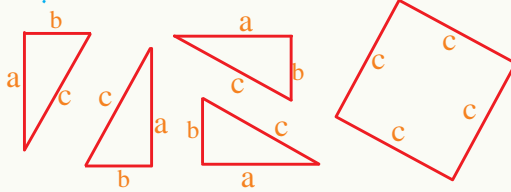
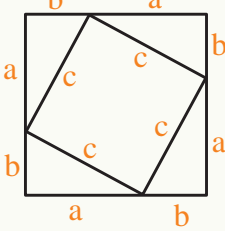
- د a, b او c ضلعو په اوږدوالي قایم الزاویه مثلث رسم کړئ او هغه بیاتي (قیچی) کړئ.
- دې مثلث باندې درې نور انطباق منونکی مثلثونه له کاغذ څخه جوړه کړئ.

• د c د وتر په اوږدوالي سره یوه مربع له کاغذ څخه جوړه کړئ.

- له لاندې شکل سره سم څلور جوړ شوي مثلثونه او مربع گانې د یو بل ترڅنګ داسې کیردئ چې یوه مربع د $a + b$ ضلعي په اوږدوالي سره جوړه شي.
- د شکل له مخې آیا لاندې مساوات سم دي؟

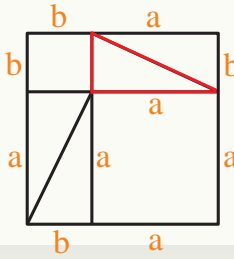
د هغې مربع مساحت چې ضلعي یې c وي + د 4 انطباق منونکی قایم الزاویه مثلثونو مساحت = د مربع

مساحت د $(a + b)$ په ضلعي سره



- بیا د a, b په اوږدوالي څلور انطباق منونکی قایم الزاویه مثلثونه او دوه مربع گانې، چې د ضلعو اوږدوالي یې د مثلث د قایمو ضلعو سره مساوي یعنی a او b وي، جوړه کړئ.

- دا څلور مثلثونه او دوه مربع گانې لکه مخامخ شکل یو د بل ترڅنګ داسې کیردئ چې یوه بله لویه مربع د $(a + b)$ د ضلعي په اوږدوالي سره جوړه شي.



د پورته شکل له مخې آیا لاندې مساوات سم دی؟

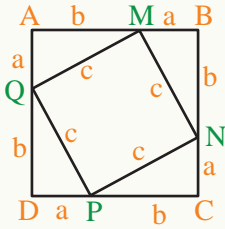
د مربع مساحت د b په ضلعي سره + د مربع مساحت د a په ضلعي سره + 4 انطباق منونکو قایم الزاویه مثلثونو مساحت = د مربع مساحت د $(a + b)$ په ضلعي سره

د پورته مساوات له مخې د پورتنیو شکلونو د هغو مربع گانو مساحت،

- چې د ضلعو اوږدوالي یې $a + b$ دي، که چېرې له پورته دوو شکلونو څخه 4 انطباق منونکی ورکړ شوي مثلثونه لری کړو، د هغو پاتې مساحت هم باید یو له بل سره مساوي وي. له دې امله ویلای شو: $c^2 = a^2 + b^2$ دا رابطه په لومړي ځل د فیثاغورث په واسطه ثابت شوي ده.

قضیه: په هر قایم الزاویه مثلث کې د هغې مربع مساحت چې د وتر په اوږدوالي جوړېږي د هغو دوو مربع گانو د مساحتونو له مجموعې سره برابره ده چې د مثلث د قایمې زاوېې د اضلاعو په اوږدوالي جوړېږي.

فعالیت



په مخامخ شکل کې د $a + b$ په ضلعې یوه مربع لرو:

• آیا د $MNPQ$ خلوو ضلعې یوه مربع ده؟ څرگنده یې کړئ.

• د $ABCD$ د مربع مساحت یو ځل په مستقیمه توګه د $a + b$

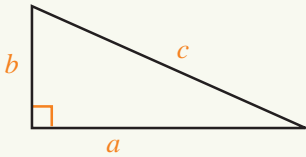
د ضلعې د اوږدوالي په کارولو سره محاسبه کړئ.

• د $ABCD$ د مربع مساحت د خلوو $\triangle AMQ$ ، $\triangle MNB$ ، $\triangle NCP$ ، $\triangle DPQ$ انطباق منونکو مثلثونو

او $MNPQ$ د مربع د مساحتونو د مجموع په کارولو سره محاسبه کړئ.

په دوو پړاونو کې د لاس ته راغلی رابطو له پرتله کولو څخه څه نتیجه اخلئ.

پورتني فعالیت د فیثاغورث د قضیې په نامه شهرت لري.



د فیثاغورث قضیه:

په هر قائم الزاویه مثلث کې د وتر مربع د هغه مثلث د قائمو ضلعو

د مربعاتو له مجموعې سره مساوي ده، یعنې: $a^2 + b^2 = c^2$

$$S_{(ABCD)} = (a + b)(a + b)$$

$$= a(a + b) + b(a + b)$$

$$= a^2 + ab + ba + b^2$$

$$= a^2 + 2ab + b^2 \dots \dots \dots 1$$

ثبوت: د پورته شکل له مخې لیکلای شو:

له بلې خوا، څرنگه چې:

$$S_{(ABCD)} = 4S_{(\triangle AMQ)} + S_{(MNPQ)}$$

$$= 4\left(\frac{1}{2}ab\right) + c^2 \dots \dots \dots II$$

د I او II رابطو له پرتله کولو څخه لاندې نتیجه لاس ته راځي:

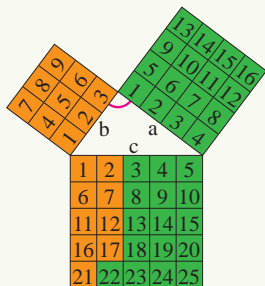
$$\Rightarrow a^2 + b^2 + 2ab = 4\left(\frac{1}{2}ab\right) + c^2$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + 2ab = 2ab + c^2$$

$$\Rightarrow \boxed{a^2 + b^2 = c^2}$$

لومړی مثال: د یوه مثلث د ضلعو اوږدوالی په لاندې ډول دي.

$$a = 4 \text{ cm} , b = 3 \text{ cm} , c = 5 \text{ cm}$$

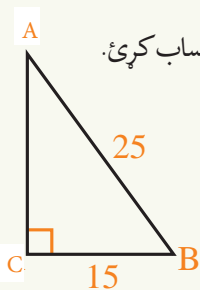


حل: په شکل کې لیدل کیږي چې د (a) پر ضلعې باندې 16 مربع گانې چې هره ضلع یې 1cm دی، شته. د (b) په قایمې ضلعې باندې 9 مربع گانې چې هره ضلع 1cm اوږده ده، شته او د c په قایمې ضلع باندې 25 مربع گانې، چې هرې ضلعې اوږدوالی یې 1cm دی شته دي

$$25cm^2 = 16cm^2 + 9cm^2$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

په نتیجه کې:



دویم مثال: د $\triangle ABC$ په قایم الزاویه مثلث کې د AC ضلعې اندازه حساب کړئ.

حل:

$$\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2$$

$$(25)^2 = \overline{AC}^2 + (15)^2$$

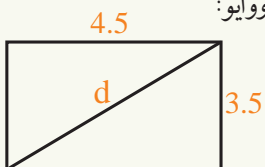
$$625 = \overline{AC}^2 + 225$$

$$\overline{AC}^2 = 625 - 225$$

$$\overline{AC}^2 = 400, \overline{AC} = 20cm$$

درېم مثال: د مستطیل ضلعې په ترتیب سره 3.5cm او 4.5cm دي د قطر اوږدوالی حساب کړئ.

حل: د فیثاغورث له قضیې سره سم که چېرې د قطر اوږدوالی ته d ووایو:



$$d^2 = (4.5cm)^2 + (3.5cm)^2$$

$$d^2 = 20.25cm^2 + 12.25cm^2$$

$$d^2 = 32.50cm^2 \Rightarrow d = \sqrt{32.50cm^2} \Rightarrow d \approx 5.7cm$$

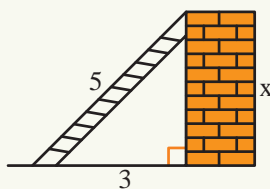
تمرین

1- د خپل ټولگی اوږدوالی او سور په متر اندازه کړئ. د دوو مخامخ کونجونو فاصله لومړی د

فیثاغورث د قضیې په کارولو او بیا د خط کش په واسطه حساب کړئ. نتیجه یې پرته کړئ.

2- که چېرې د مربع د یوې ضلعې اوږدوالی 4 واحد وي د قطر اوږدوالی یې پیدا کړئ.

3- د $\triangle ABC$ په قایم الزاویه مثلث کې $BC = 6$ ، $AB = 8$ دی د وتر اوږدوالی پیدا کړئ؟



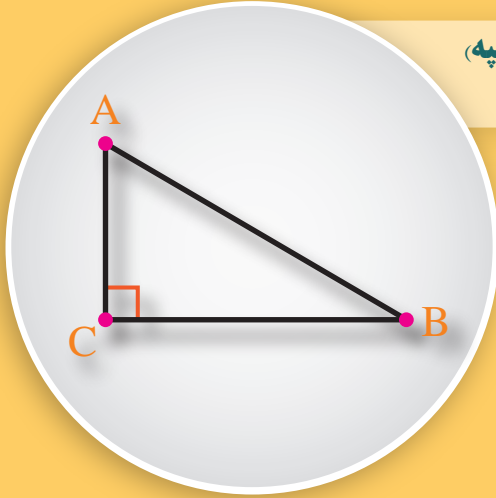
4- په مخامخ شکل کې زینې له ځمکې او دیوال سره یو قایم الزاویه

مثلث جوړ کړی دی. که چېرې د زینې اوږدوالی 5m او د یوې

قایمې ضلعې اوږدوالی 3m وي د هغې بلې ضلعې یعنی x قیمت

پیدا کړئ.

د فیثاغورث د قضیې عکس (سرچپه) Pythagoraen



درې اختیاري ټوټه خطونه په کوم حالت کې قایمه الزاویه مثلث جوړوي؟

فعالیت

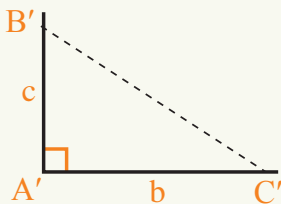
- د 3, 4, 5 ضلعو په اوږدوالي یو مثلث رسم کړئ.
- ددې مثلث د زاویو اندازه حساب کړئ.
- لاس ته راغلی مثلث څه ډول مثلث دی؟
- ددې مثلث د ضلعو د اوږدوالي تر منځ څه ډول رابطه لیدل کیږي؟
- پورتنی فعالیت د داسې مثلث لپاره سرته ورسوئ چې د ضلعو اوږدوالي یې په ترتیب سره 8, 10, 6 وي.

پورتنی عمل د فیثاغورث د قضیې د عکس (سرچپه) په نامه په لاندې توګه بیانولی شو:

د فیثاغورث د قضیې عکس (سرچپه):

که چېرې په یوه مثلث کې د دوو ضلعو د مربعاتو مجموعه د هغه د درېمې ضلعې له مربع سره مساوي وي، نو مثلث قایم الزاویه دی.

ثبوت: فرض کړئ چې د ABC مثلث د a , b او c ضلعو په اوږدوالي لرو: $a^2 = b^2 + c^2$



د $A'B'C'$ مثلث د b او c ضلعو په اوږدوالي سره داسې رسموو چې د A' راس یې قایم وي. ددې کار لپاره لومړی د A' قایمه زاویه رسموو او د هغې زاوېې د ضلعو په مخ باندې د b او c په اوږدوالي ټوټه خطونه جلا کوو او هغو ټکو ته B' او C' وایو.

د فیثاغورث له قضیې سره سم د $A'B'C'$ په قایم الزاویه مثلث کې لرو:

$$\overline{B'C'}^2 = b^2 + c^2$$

$$b^2 + c^2 = a^2$$

$$\overline{B'C'}^2 = a^2$$

$$\overline{B'C'} = a$$

نو د ABC او $A'B'C'$ دوه مثلثونه چې درې واړه ضلعې یې سره مساوي دي، انطباق منونکي دي. په نتیجه کې د هغو زاوې هم یو په یو مساوي دي، نو د A زاویه یې قایمه ده، یعنې د ABC مثلث، قایم الزاویه مثلث دی.

مثال: یو مثلث چې د ضلعو اوږدوالی یې په ترتیب $\overline{AB} = \sqrt{3}$ ، $\overline{AC} = \sqrt{2}$ او $\overline{BC} = \sqrt{5}$

وي، وویاست چې دامثلث څه ډول مثلث دی؟

حل: د مثلث د ضلعو د اندازو له مخې لرو، چې:

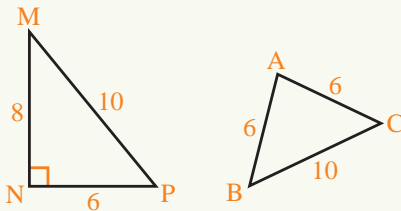
$$(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{2})^2 = (\sqrt{5})^2$$

$$\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$$

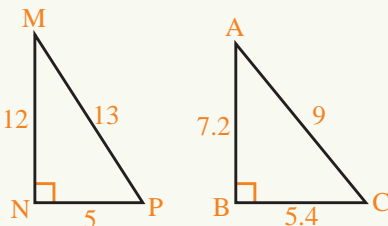
نو د فیثاغورث د قضیې له عکس سره سم ویلای شو چې ABC مثلث د A په راس کې قایم دی.

تمرین

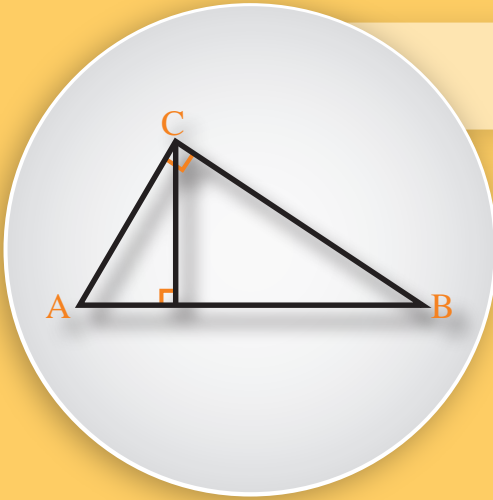
1- د ABC او MNP دوه مثلثونه درکړل شوي دي وبنیاست چې کوم یو یې قایم الزاویه مثلث دی؟



2- په لاندې قایم الزاویه مثلثونو کې د فیثاغورث د قضیې د سموالي څېړنه وکړئ.



د قایم الزاویه مثلث قضیې



په مخامخ شکل کې څو قایم الزاویه مثلثونه وینئ؟ آیا دا مثلثونه یو بل ته ورته دي؟

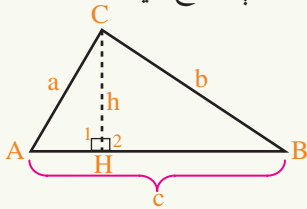
فعالیت

- د ABC قایم الزاویه مثلث داسې رسم کړئ چې د C زاویه یې قایمه وي.
- د C له راس څخه د هغه په وتر باندې یوه ارتفاع رسم کړئ او هغه ته \overline{CH} وویاست؟
- د ACH او BCH مثلثونه څه ډول مثلثونه دي؟
- آیا د ACH او ABC مثلثونه یو بل ته ورته (مشابه) دي؟ ولې؟
- آیا د BCH او ABC مثلثونه یو بل ته ورته (مشابه) دي؟ ولې؟
- آیا د ACH او BCH مثلثونه یو بل ته ورته (مشابه) دي؟ ولې؟

له پورتنی فعالیت څخه لیدل کیږي، چې که د قایم الزاویه مثلث په وتر باندې ارتفاع رسم شي، نوموړی مثلث په دوو ورته مثلثونو باندې ویشي. ددې مطلب په کارولو سره کولای شو د لاندې قضیې په ثبوت کې ترې گټه واخلو:

لومړی قضیه: په هر قایم الزاویه مثلث کې، د قایمو ضلعو د ضرب حاصل د وتر او په وتر باندې د رسم شوي ارتفاع د ضرب له حاصل سره مساوي وي.

ثبوت: فرض کړئ چې \overline{CH} د ABC قایم الزاویه مثلث پر وتر باندې ارتفاع وي نو د ACH او ABC په دوو مثلثونو کې لرو، چې:



$$\left. \begin{array}{l} \hat{C} = \hat{H}_1 = 90^\circ \\ \hat{A} = \hat{A} \text{ گډه زاویه} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle ACH \quad \text{نتیجه:}$$

له دوو، ورته مثلثونو څخه داسې پایله لاس ته راځي چې د دوو مثلثونو د مساوي زاويو مخامخ ضلعي سره متناسبي دي، يعنې:

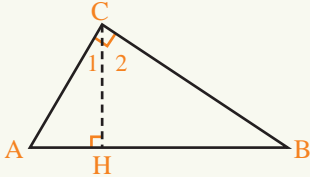
$$\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CH}}{\overline{CB}} \Rightarrow \overline{AC} \cdot \overline{CB} = \overline{CH} \cdot \overline{AB}$$

دويمه قضيه: په هر قايم الزاويه مثلث کې د وتر اړوند د ارتفاع مربع د هغو دوو ټوپه خطونو د ضرب له حاصل سره مساوي ده چې نوموړی ارتفاع يې پر وتر باندې بېلوي.

ثبوت: فرض کړئ چې CH د ABC قايم الزاويه مثلث پر اړوند وتر باندې ارتفاع وي.

$\hat{A} + \hat{B} = 90^\circ$ I چې: ABC په قايم الزاويه مثلث کې لرو، چې:

$\hat{A} + \hat{C}_1 = 90^\circ$ II چې: همدارنگه د ACH په قايم الزاويه مثلث کې لرو، چې:



I او II رابطو له پرته کولو څخه نتيجه لاس ته راځي، چې: $\hat{B} = \hat{C}_1$

په همدې ډول ښودلای شو، چې: $\hat{A} = \hat{C}_2$ ده. ولې؟

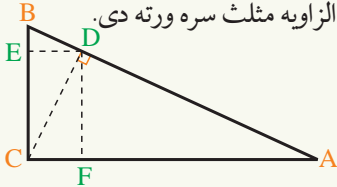
د ACH او CBH په دوو قايم الزاويه مثلثونو کې لرو:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{C}_2 \\ \hat{C}_1 = \hat{B} \\ \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ACH \sim \triangle CBH$$

د پورته دوو مثلثونو له ورته والي څخه ويلاى شو چې ددې دوو مثلثونو د مساوي زاويو مخامخ ضلعي سره متناسبي دي، يعنې:

$$\frac{\overline{CH}}{\overline{HB}} = \frac{\overline{AH}}{\overline{CH}} \Rightarrow \overline{CH}^2 = \overline{AH} \cdot \overline{HB}$$

لومړی مثال: په لاندې شکل کې \overline{CD} پر \overline{AB} باندې عمود دی او د $DECF$ څلور ضلعې یو مستطیل دی، وبنیاست چې BED مثلث له ABC قایم الزاویه مثلث سره ورته دی.



حل: د $\triangle ACB$ او $\triangle BED$ په مثلثونو کې وینو چې:
مشترکه زاویه ده $\hat{B} = \hat{B}$

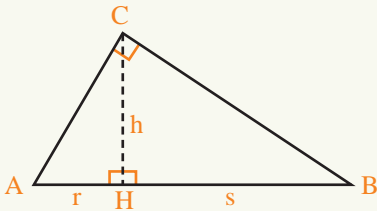
څرنګه چې $\overline{DE} \parallel \overline{AC}$ دی او \overline{BC} د هغو قاطع ده. نو د قاطع یوې خوا ته زاویې سره مساوي دي. $\hat{C} = \hat{BED} = 90^\circ$

د دواړو مثلثونو دوه زاویې یو له بله سره مساوي دي. نو له دې امله د ضلعو په منځ کې یې تناسب شته. په پایله کې د مثلثونو د ورته والي (مشابه) په پام کې نیولو سره ویلای شو.

$$\triangle BDE \sim \triangle ACB$$

نوټ: په شکل کې د ورته (مشابه) مثلثونو شمېر حساب کړئ.

دویم مثال: په لاندې شکل کې CH د ABC قایم الزاویه مثلث پر اړوند وتر باندې ارتفاع ده. که چېرې $r = 4\text{cm}$ ، $s = 9\text{cm}$ وي h پیدا کړئ.



$$\overline{CH}^2 = \overline{AH} \cdot \overline{BH}$$

$$\overline{CH}^2 = 4 \cdot 9$$

$$\overline{CH}^2 = 36$$

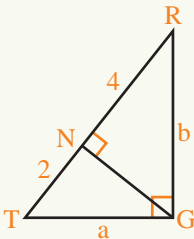
$$\sqrt{\overline{CH}^2} = \sqrt{36}$$

$$\overline{CH} = 6\text{cm}$$

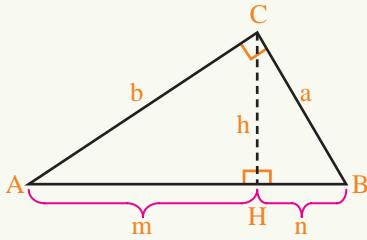
حل:

تمرین

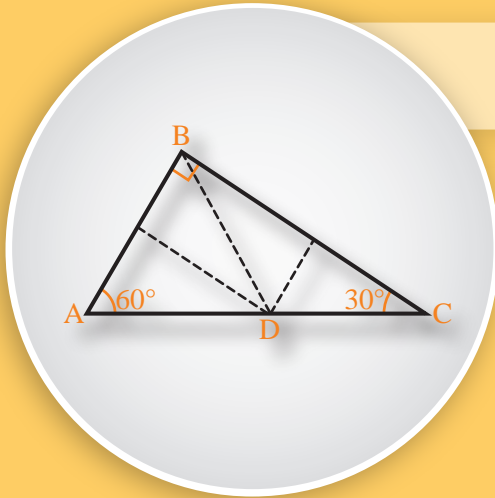
1- په لاندې قایم الزاویه مثلث کې چې د G زاویه یې قایمه ده، د a او b قیمتونه په لاس راوړئ.



2- په لاندې شکل کې که چېرې $m=9$ ، $n=3$ وي او \overline{CH} د ABC قائم الزاويه مثلث د \overline{AB} پر وتر باندې ارتفاع وي، د a ، b او h قيمتونه پيدا کړئ.

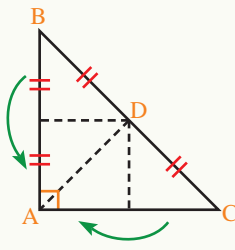


په قائم الزاويه مثلث کې د 30° او 60° زاويو قضیې لپاره



آيا په مخامخ شکل کې د 30° زاويې مخامخ ضلع د وتر د اوږدوالي له نيمایې سره برابره ده؟

فعالیت

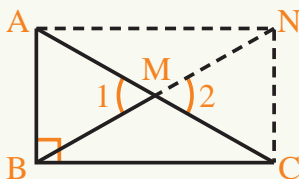


- د کاغذ پر مخ باندې یو قائم الزاويه مثلث دلاندې شکل په توگه رسم او بیاتي کړئ.
- د ABC مثلث داسې قات کړئ چې د B راس د A په راس سر په سر ولوبړي.
- همدارنگه دویم وارې داسې قات کړئ چې د C راس د A په راس باندې ولوبړي.

• که چېرې د تقاطع ټکي ته D وویاو. آیا ویلای شو چې $\overline{AD} = \overline{DC} = \overline{DB}$ دي؟ ولې؟

هغه پایله چې د پورته فعالیت څخه په عملي توگه لاس ته راځي کولای شو د لاندې قضیې په توگه یې ثابت کړو:

قضیه: په هر قائم الزاويه مثلث کې د هغې میانې اوږدوالي چې له قائم راس څخه په وتر باندې رسم کیږي د وتر د اوږدوالي له نيمایې سره مساوي دی.



ثبوت: فرض کړو چې \overline{BM} د ABC د مثلث په وتر باندې

$$\overline{BM} = \frac{1}{2} \overline{AC}$$

میانته ده. غواړو وښیو چې:

د ثبوت لپاره د \overline{BM} میانه په خپله اندازه اوږدوو، تر څو د N ټکي په لاس راشي.

$$\overline{BM} = \overline{MN} \quad \text{نو:}$$

د AMB او MNC په دوو مثلثونو کې لرو، چې:

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AM} = \overline{MC} \quad \dots \text{میانہ ده} \\ \overline{BM} = \overline{MN} \quad \dots \text{د ترسیم له مخې} \\ \hat{M}_1 = \hat{M}_2 \quad \dots \text{متقابل بالراس} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AMB \cong \triangle MNC$$

د AMB او MNC دوو انطباق منونکو مثلثونو په پام کې نیولو سره داسې پایله لاس ته راځي چې ددې مثلث هم ډوله اجزای هم سره انطباق منونکي دي، یعنې:

$$\overline{AB} = \overline{NC} \dots \dots \dots \text{I}$$

په همدې ډول د AMN او BMC دوو انطباق منونکو مثلثونو څخه لاندې نتیجه لاس ته راځي:

$$\overline{AN} = \overline{BC} \dots \dots \dots \text{II}$$

له I او II رابطو څخه لیکلای شو چې د $ABCN$ په څلور ضلعې کې مخامخ ضلعې یو له بله سره مساوي دي، څرنګه چې یوه زاویه یې قایمه ده. نو: $ABCN$ یو مستطیل دی. له بلې خوا پوهیږو چې په مستطیل کې قطرونه یو له بل سره مساوي او همدارنګه یو بل نمایي کوي. نو:

$$\overline{BM} = \frac{1}{2} \overline{AC}$$

فعالیت

• د ABC قایم الزاویه مثلث داسې رسم کړئ چې د حاده زاویو اندازه یې په ترتیب سره 30° او 60° وي.

• د وتر او قایمو ضلعو اوږدوالی د خط کش په واسطه اندازه کړئ.

• ددې مثلث د ضلعو د اوږدوالي تر منځ څه ډول رابطه شته؟

• پورتنی فعالیت په بل قایم الزاویه مثلث باندې، چې زاویې یې 30° ، 60° وي، تکرار کړئ.

د پورتنی فعالیت له لیدو څخه لاندې قضیه بیان او ثبوتولای شو.

قضیه: که چېرې په یوه قایم الزاویه مثلث کې د یوې حاده زاوې اندازه 30° وي، د دې زاوې مخامخ ضلعې اوږدوالی د وتر د اوږدوالي نیمایي دي.

ثبوت: د ABC په قایم الزاویه مثلث کې فرض کړو $\hat{A} = 30^\circ$ او $\hat{B} = 90^\circ$ وي.

$$\overline{BC} = \frac{1}{2} \overline{AC} \quad \text{غواړو ثبوت کړو چې:}$$

د ثبوت لپاره میانه رسموو او هغه ته \overline{BM} وایو. د مخکنی قضیې له مخې پوهیږو چې په قایم الزاویه مثلث کې میانه د اړوند وتر نیمایي ده.

نو: $\overline{BM} = \overline{MC}$

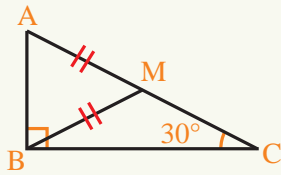
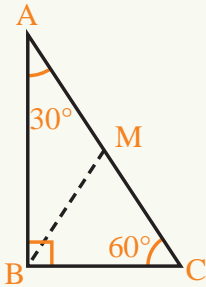
په پایله کې د BMC مثلث متساوی الساقین دی.

له دې څخه لاس ته راځي، چې: $\widehat{MBC} = \widehat{MCB} = 60^\circ$

نو د MBC مثلث متساوی الاضلاع دی. ولې؟

له دې امله: $\overline{BC} = \overline{MC}$

څرنګه چې M د AC منځنی ټکی دی. $\overline{BC} = \frac{1}{2} \overline{AC}$



مثال: که چېرې د ABC مخامخ شکل قایم الزاویه مثلث او \overline{BM} د هغه اړوند میانه، چې اوږدوالې یې 3 واحد دی، د مثلث د ضلعو اوږدوالی پیدا کړئ.

حل: په قایم الزاویه مثلث کې پوهیږو چې میانه د اړوند وتر نیمایي

ده:

نو: $\overline{BM} = \frac{1}{2} \overline{AC} \Rightarrow 3 = \frac{1}{2} \overline{AC} \Rightarrow \overline{AC} = 6$

له بلې خوا پوهیږو چې د 30° زاويې مخامخ ضلع د اړوند وتر نیمایي ده.

نو: $\overline{AB} = \frac{1}{2} \overline{AC} \Rightarrow \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 6 \Rightarrow \overline{AB} = 3$

اوس د فیثاغورث د قضیې په کارولو سره د مثلث د دریمې ضلعې اندازه محاسبه کوو.

$$\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AC}^2$$

$$\Rightarrow 3^2 + \overline{BC}^2 = 6^2$$

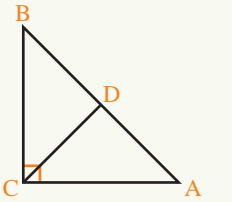
$$\Rightarrow 9 + \overline{BC}^2 = 36$$

$$\Rightarrow \overline{BC}^2 = 36 - 9$$

$$\Rightarrow \overline{BC}^2 = 27$$

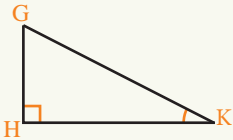
$$\Rightarrow \overline{BC} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$

1- د ABC په مثلث کې د \hat{C} قایمه ده. که چېرې $AB = 16$ او CD د نوموړی مثلث میانه وي، د CD اوږدوالی پیدا کړئ.

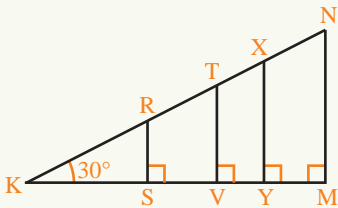


2- که چېرې په پورتنی شکل کې د میانې اوږدوالی یعنې $CD = 15$ وي او AB پیدا کړئ؟

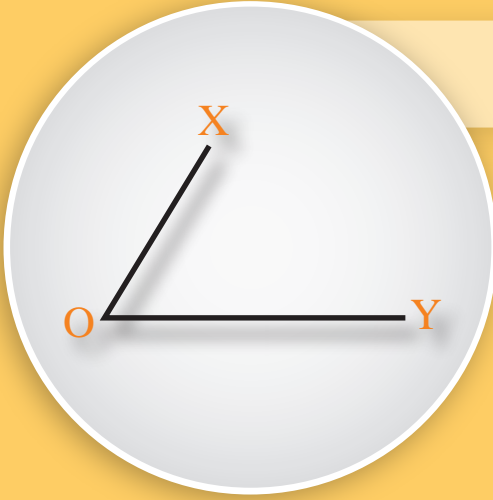
3- د GHK په مثلث کې د \hat{H} قایمه او $\overline{GH} = \frac{1}{2} \overline{GK}$ ، سره دی د K زاویه اندازه او پیدا یې کړئ.



4- د KMN په مثلث کې د M زاویه قایمه ده $\hat{K} = 30^\circ$ ده. $\overline{RS}, \overline{TV}, \overline{XY}$ پر \overline{KM} عمود دي. که چېرې $\overline{KR} = 6$ ، $\overline{KN} = 16$ ، $\overline{KX} = 13$ او $\overline{KT} = 10$ وي په دې صورت کې \overline{MN} او $\overline{RS}, \overline{TV}, \overline{XY}$ پیدا کړئ.



ناصف الزاويه



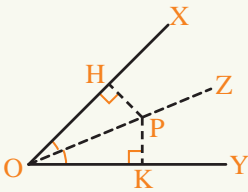
آيا د يوه ناصف الزاويې ټول ټکې د همغه زاويې له دوو ضلعو څخه مساوي فاصله لري؟

فعاليت

- د $\angle XOY$ زاويې، ناصف الزاويه رسم او هغه ته \overline{OZ} ووايست.
- يو اختياري ټکی د \overline{OZ} په مخ باندې وټاکې او هغه ته P ووايست.
- د P له ټکې څخه د زاويې په دوو ضلعو د OX او OY باندې عمودونه رسم کړې هغو ته \overline{HP} او \overline{KP} ووايست.
- د \overline{HP} او \overline{KP} اوږدوالی د خط کش په واسطه اندازه کړئ. ددې عمود د اوږدوالی تر منځ څه ډول اړيکې ليدل کيږي؟

کولی شو پورتنی ليدنې د لاندې قضیې په توگه بيان او ثبوت کړو.

قضيه: د ناصف الزاويې هر ټکی له دوو ضلعو څخه مساوي الفاصله دی.



ثبوت: فرض کوو چې \overline{OZ} د $\angle XOY$ ناصف الزاويه وي، غواړو وښيو چې:

$$\overline{PH} = \overline{PK}$$

د OHP او OKP په دوو مثلثونو کې لرو چې:

$$\hat{H} = \hat{K} = 90^\circ$$

$$\hat{XOZ} = \hat{YOZ}$$

$$\overline{OP} = \overline{OP}$$

\overline{OZ} ناصف الزاويه دی،

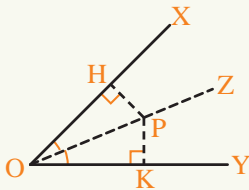
گلبه ضلع،

$$\Rightarrow \triangle OPK \cong \triangle OPH$$

د OPK او OPH په دوو قائم الزاویه مثلثونو کې د وتر او یوې حاده زاوې له مساوي کیدو څخه داسې نتیجه اخلو چې دا دوه مثلثونه انطباق منونکي دي. له دې امله: $\overline{PH} = \overline{PK}$

د پورتني قضیې عکس (سرچپه) هم سم دی.

قضیه: هر ټکی چې د یوې زاوې له دوو ضلعو څخه متساوی الفاصله وي هغه ټکی د ناصف الزاوې پر مخ باندې پروت دی.



ثبوت: فرضوو چې د P ټکی د \overline{XO} او \overline{YO} له دوو ضلعو څخه متساوی الفاصله وي، یعنې: $\overline{PH} = \overline{PK}$
 غواړو وښوو چې د P ټکی د \widehat{YOX} زاوې د ناصف الزاوې پر مخ باندې دی یعنې:
 $\widehat{XOP} = \widehat{YOP}$

ددې ثبوت لپاره د \overline{OX} او \overline{OY} پر ضلعو باندې د \overline{PH} او \overline{PK} عمودونه رسموو د HPO او KPO دوه قائم الزاویه مثلثونه په پام کې نیسو:

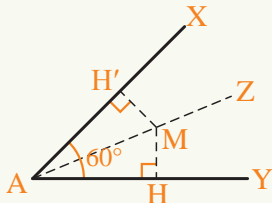
$$\left. \begin{array}{l} \overline{PH} = \overline{PK} \quad \text{د فرضیې له مخې} \\ \widehat{H} = \widehat{k} = 90^\circ \\ \overline{OP} = \overline{OP} \quad \text{گډه ضلع} \end{array} \right\} = \triangle OPH \cong \triangle OPK$$

نو د حاده زاوې د یوې ضلعې او وتر له مساوي کیدو څخه داسې پایله لاس ته راځي چې د OPH او OPK مثلثونه انطباق منونکي دي. له دې امله د هغو هم ډوله زاوې هم سره انطباق منونکي دي.
 نو: $\widehat{XOP} = \widehat{YOP}$

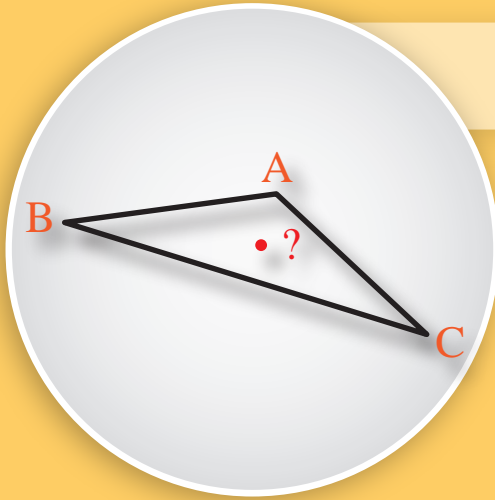
یعنې د P ټکی د \widehat{XOY} د ناصف الزاوې پر مخ باندې موجود دی.

تمرین

په لاندې شکل کې د M ټکی د A زاوې د ناصف الزاوې پر مخ باندې دی او $\overline{MH'}$ پر \overline{AX} باندې عمود دی د AMH مثلث د ضلعو اوږدوالی په لاس راوړئ.



د مثلث د داخلي زاويو ناصفونه



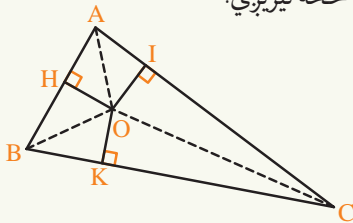
آيا کولای شو د مثلث دننه داسې يو ټکې پيدا کړو چې له درې واړه ضلعو څخه مساوي فاصله ولري؟

فعاليت

- د ABC يو اختياري مثلث رسم کړئ.
- د B او C زاويو داخلي ناصفونه رسم کړئ چې يو بل د O په ټکي کې قطع کړي.
- د A زاويې داخلي ناصف الزاويه رسم کړئ.
- آيا د A ناصف الزاويه هم د O له ټکي څخه تيرېږي؟
- د $A'B'C'$ يو بل اختياري مثلث رسم کړئ او پورتنی فعاليت د هغه لپاره هم تکرار کړئ.

کولای شو پورتنی ليدنې په لاندي توگه بيان او ثبوت کړو.

قضيه: په هر مثلث کې داخلي ناصف الزاويې يو بل د مثلث په دننه کې په يوه ټکي کې قطع کوي.
ثبوت: فرضوو چې د ABC په مثلث کې د B او C ناصف الزاويې يو بل د O په ټکي کې قطع کوي. اوس ښيو چې د A ناصف الزاويه هم د O له ټکي څخه تيرېږي.



د لاندي شکل په پام کې نيولو سره لرو:

څرنگه چې O د B ناصف الزاويې پر مخ باندې دی.

$$OH = OK \dots\dots\dots I \text{ نو:}$$

همدارنگه O د C ناصف الزاويې پر مخ باندې هم دی.

$$OK = OI \dots\dots\dots II \text{ نو:}$$

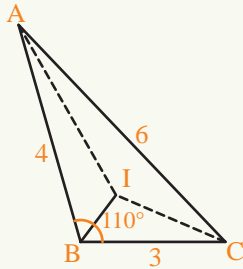
پوهېږو که چېرې د دوو مساواتو يوه خوا يو له بل سره مساوي او بله خوا يې هم سره مساوي کېږي له دې امله د I او O رابطو څخه نتيجه لاس ته راځي:

$$\overline{OH} = \overline{OI}$$

له بلې خوا له مخکنې قضیې څخه پوهیږو هر ټکی چې د یوې زاوې له دوو ضلعو څخه مساوي الفاصله وي هغه ټکی د هغې زاوې د نیمایي کوونکی (ناصف الزاویه) پر مخ پروت دی. له دې امله د O ټکې د A ناصف الزاوې پر مخ باندې هم پروت دی. په نتیجه کې ویلای شو: د مثلث درې واړه داخلي ناصف الزاوې یو بل په یوه ټکی کې قطع کوي.

مثال: یو مثلث د 6، 3 او 4 ضلعو په اوږدوالي رسم کړئ. وښایست چې ناصفونه یو بل په یوه ټکی کې قطع کوي.

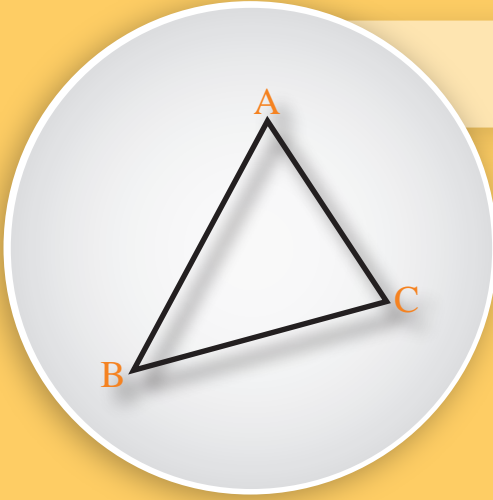
حل: لومړی د راکر شوو ضلعو په اوږدوالي د ABC مثلث رسمو. بیا په ترتیب سره د A، B او C له راسونو څخه د هغو زاویو ناصفونه رسمو. لیدل کیږي چې درې واړه ناصفونه یو بل په یوه ټکی کې قطع کوي دي.



تمرین

1- یو مثلث د $\hat{A} = 20^\circ$, $\hat{B} = 75^\circ$ او $\hat{C} = 85^\circ$ په زاویو سره رسم کړئ وښایاست چې ددې زاویو ناصفونه یو بل په یوه ټکی کې قطع کوي.

په یوه مثلث کې عمودي ناصف



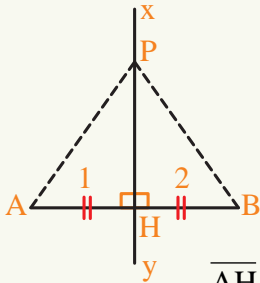
آیا د مثلث د یوې ضلعې عمودي ناصف هرورمو د هغې له مخامخ راس څخه تیرېږي؟

فعالیت

- د \overline{AB} د ټوټه خط عمودي ناصف رسم کړئ.
- د \overline{AB} د ټوټه خط پر عمودي ناصف باندې د P یو ټکی وټاکئ.
- د \overline{AB} د ټوټه خط دوه سرونه (پای ټکې) له P سره ونښلوئ.
- د \overline{PA} او \overline{PB} اوږدوالی د خط کش په واسطه اندازه کړئ، دا اوږدوالی یو له بل سره څه ډول رابطه لري؟

- د $A'B'$ یو بل ټوټه خط رسم کړئ او پورتنی فعالیت پر هغه باندې تکرار کړئ. د پورتنی لیدنې نتیجه په لاندې توګه ثبوت او بیانولای شو:

قضیه: د یوه ټوټه خط د عمودي ناصف پر مخ باندې هر ټکی د نوموړي ټوټه خط له دوو سرونو (انجامونو) څخه متساوي الفاصله دی.



ثبوت: فرضوو چې XY د \overline{AB} د ټوټه خط عمودي ناصف دی غواړو وښیو د P هر اختیاري ټکی چې د عمودي ناصف پر مخ باندې دی د A او B څخه په مساوي فاصله کې پروت دی.

$$\overline{PB} = \overline{PA} \quad \text{یعنی:}$$

د PAH او PHB له دوو مثلثونو څخه لرو چې:

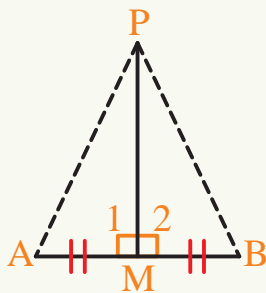
$$\left. \begin{array}{l} \overline{AH} = \overline{BH} \\ \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ \\ \overline{PH} = \overline{PH} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle PAH \cong \triangle PBH$$

XY عمودی ناصف دی،
 XY عمودی ناصف دی،
 گډه ضلع،

خرنگه چې د PAH او PBH په دوو مثلثونو کې دوه ضلعې او د منځ زاوېې يې مساوي دي له دې امله نوموړي مثلثونه انطباق منونکي دي. په نتيجه کې د هغو هم ډوله ضلعې هم يو له بل سره مساوي دي يعنې: $\overline{PB} = \overline{PA}$

د پورتنۍ قضیې عکس (سرچپه) هم سم دی.

قضیه: هر ټکی چې د یوه ټوټه خط له دوو انجانونو څخه مساوي فاصله ولري نوموړی ټکی د ټوټه خط په عمودي ناصف باندې پروت دی.



ثبوت: فرضوو چې د P ټکی د AB د ټوټه خط له دوو انجانونو څخه مساوي فاصله لري.

$$\overline{PB} = \overline{PA} \quad \text{يعنې:}$$

غواړو وښيو چې د P ټکی د AB د ټوټه خط د عمودي ناصف پر مخ باندې پروت دی.

خرنگه چې: $\overline{PB} = \overline{PA}$ دی، نو $\triangle PAB$ مثلث متساوی الساقين دی له دې امله:

$$\hat{A} = \hat{B}$$

د AB ټوټه خط منځني ټکی ته M وايو.

$$\text{نو: } \overline{AM} = \overline{MB}$$

اوس د P ټکی د AB د ټوټه خط له منځني ټکې سره نښلوو چې د PAM او PBM دوه مثلثونه لاس ته راځي:

$$\left. \begin{array}{l} \overline{PA} = \overline{PB} \dots \text{د فرضيې له مخې} \\ \overline{MA} = \overline{MB} \dots \text{د منځني ټکې} \\ \hat{A} = \hat{B} \dots \text{د متساوي الساقين مثلث له مخې} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle PAM \cong \triangle PBM$$

اوس د PAM او PBM دوه مثلثونه په پام کې نيسو چې د هغو دوه ضلعې او د منځ زاويه يې مساوي او يو په بل باندې منطبق دي، په پايله کې نورې هم ډوله زاوېې هم سره مساوي دي، يعنې:

$$\hat{M}_1 = \hat{M}_2$$

$$\hat{M}_1 + \hat{M}_2 = 180^\circ$$

خرنگه چې:

$$\hat{M}_1 = \hat{M}_2 = 90^\circ$$

نو:

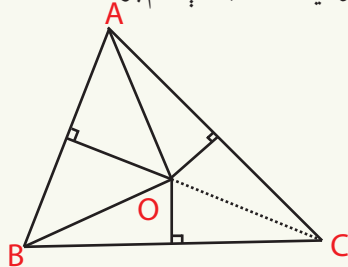
نو ويلاى شو چې PM د AB ټوټه خط عموداً نيمايې کړی دی او د P ټکی د AB د ټوټه خط په عمودي نيمايي کوونکي باندې پروت دی.

فعالیت

- د ABC یو کیفی مثلث رسم کړئ.
- د \overline{AB} او \overline{AC} د ضلعو عمودې ناصفونه رسم کړئ. د هغو د تقاطع ټکي ته O ووايست.
- د BC د ضلعې عمودي ناصف رسم کړئ آیا دا عمودې ناصف هم د O له ټکي څخه تیرېږي؟
- د $A'B'C'$ یو بل اختیاري مثلث رسم او پورتنی فعالیت ورباندې سر ته ورسوئ.

کولی شو د پورتنی فعالیت لیدني په لاندې توگه بیان او ثبوت کړو.
قضیه: په هر مثلث کې د هغه د ضلعو عمودې ناصفونه یو بل په یوه ټکي کې قطع کوي.

ثبوت: د ABC په مثلث کې د \overline{AB} او \overline{AC} د ضلعو عمودې ناصفونه یو بل د O په ټکي کې قطع کړي دي. غواړو وښیو چې د O ټکي د BC د ضلعې په عمودي ناصف باندې هم پروت دی.



څرنګه چې O د AB پر عمودې ناصف باندې پروت دی.

$$\text{نو: } \overline{OA} = \overline{OB} \dots \text{I}$$

همدارنګه O د AC پر عمودې ناصف باندې پروت دي.

$$\text{نو: } \overline{OA} = \overline{OC} \dots \text{II}$$

د I او II مساواتو څخه لیکلای شو، چې:

$$\overline{OB} = \overline{OC}$$

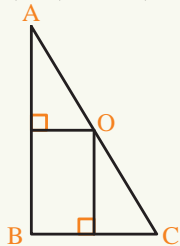
له بلې خوا له مخکنی قضیې څخه پوهیږو چې هر ټکي د یوه ټوټه خط د انجامونو څخه په مساوي فاصله کې پروت وي دا ټکي د نوموړی ټوټه خط د عمودې ناصف په مخ باندې پروت دی. نو ویلای شو چې د O ټکي د BC د ضلعې په عمودې ناصف باندې پروت دی.

په نتیجه کې ویلای شو: د هر مثلث د ضلعو عمودې ناصفونه یو بل په یوه ټکي کې قطع کوي.

مثال: یو قائم الزاویه مثلث رسم کړئ. د هغه د ضلعو د عمودې ناصفونو ځای پیدا کړئ.

حل: د ABC قائم الزاویه مثلث رسم او د هغه د ضلعو عمودې ناصفونه رسمو. لیدل کیږي چې په قائم الزاویه مثلث کې د قائمو ضلعو عمودې ناصفونه یو بل د وتر په منځني ټکي کې، چې د وتر پر مخ باندې پروت دی، قطع کوي.

په نتیجه کې ویلای شو: په هر قائم الزاویه مثلث کې عمودې ناصفونه یو بل په یو داسې ټکي کې چې پر وتر باندې منځنی ټکي دی قطع کوي.

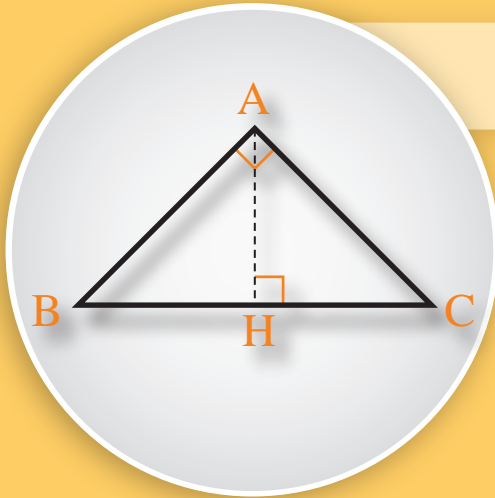


تمرین

1- د ABC مثلث د 30° , 70° او 80° په زاویو سره رسم کړئ، ددې مثلث د ضلعو د عمودي ناصفونو د تقاطع ټکی پیدا کړئ.

2- یو مثلث د 6، 4 او 2.5 سانتي مترو ضلعو په اوږدوالي سره رسم کړئ او وروسته دهغو ضلعو عمودي ناصفونه رسم کړئ د عمودي ناصفونو د تقاطع ټکی پیدا کړئ.

د مثلث ارتفاع گانې (جگوالی)

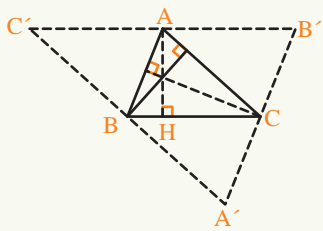


د ABC مثلث قایم الزاویه دی. که چېرې AH د نوموړی مثلث ارتفاع په وتر باندې وي، د مثلث نورې ارتفاع گانې کومې دي؟

فعالیت

- د ABC اختیاري مثلث رسم کړئ.
- د A له راس څخه د BC په ضلعي باندې ارتفاع رسم او د هغه پای ته H وویاست.
- د ABC مثلث له راسونو څخه د هغه له ضلعو سره موازي خطونه رسم کړئ.
- له دې خطونو څخه لاس ته راغلي مثلث ته $A'B'C'$ وویاست. په داسې حال کې چې $\overline{A'B'} \parallel \overline{AB}$ او $\overline{A'C'} \parallel \overline{AC}$ ، $\overline{B'C'} \parallel \overline{BC}$ دي.
- آیا AH پر $\overline{B'C'}$ عمود دی؟ ولې؟
- آیا د $ABCB'$ څلور ضلعي متوازي الاضلاع ده؟ ولې؟
- آیا $\overline{AB'} = \overline{AC'}$ دي؟ ولې؟
- آیا AH د $\overline{B'C'}$ عمودي نیمایي کوونکی دی؟ ولې؟

له پورته فعالیت څخه لیدل کیږي که چېرې د یوه مثلث له راسونو څخه د هغه له ضلعو سره موازي خطونه رسم کړو، یو بل مثلث جوړیږي، چې په دې صورت کې د لومړي مثلث ارتفاع گانې د جوړ شوي مثلث د ضلعو عمودې نیمایي کوونکي دي. پوهیږو د مثلث د ضلعو عمودې نیمایي کوونکي یو بل، په یوه ټکي کې قطع کوي، نو د مثلث ارتفاع گانې هم یو بل په یوه ټکي کې قطع کوي.



قضیه: په هر مثلث کې ارتفاع گانې په یوه ټکې کې متقاطع دي.

ثبوت: د ABC مثلث له راسونو څخه داسې خطونه رسموو چې د نوموړې خطونو له تقاطع څخه، لکه په شکل کې، د $A'B'C'$ مثلث جوړ شي. له شکل څخه لیکلای شو:

$$\overline{A'B'} \parallel \overline{AB} \text{ او } \overline{A'C'} \parallel \overline{AC}, \overline{B'C'} \parallel \overline{BC}$$

ددې په پام کې نیولو سره چې د $ABCB'$ څلور ضلعي مخامخ ضلعي یو له بله سره موازي دي. نو داسې پایله لاس ته راځي چې دا څلور ضلعي یوه متوازي الاضلاع ده.

له دې امله د $ABCB'$ د څلور ضلعي مخامخ ضلعي سره مساوي دي.

$$\overline{AB'} = \overline{BC} \dots \dots \dots \text{I} \quad \text{یعنی:}$$

په همدې ډول د $ACB'C'$ څلور ضلعي هم یوه متوازي الاضلاع ده، په پایله کې:

$$\overline{AC'} = \overline{BC} \dots \dots \dots \text{II}$$

د I او II رابطو څخه نتیجه لاس ته راځي چې: $\overline{AB'} = \overline{AC'}$
 له بلې خوا څرنګه چې $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ او $\overline{BC} \parallel \overline{B'C'}$ دي نو $\overline{AH} \perp \overline{B'C'}$ دی.
 څرنګه چې: $\overline{AB'} = \overline{AC'}$ او $\overline{AH} \perp \overline{B'C'}$ دي.

نو: \overline{AH} د $\overline{B'C'}$ عمودې نیمایي کونکي دی.

په همدې ډول ښودلای شو چې د AB او AC په ضلعو باندې ارتفاع گانې هم په ترتیب سره د $A'B'$ او $A'C'$ د ضلعو عمودې نیمایي کونکي دي. څرنګه چې عمودي نیمایي کونکي یو بل په یوه ټکې کې قطع کوي، نو ارتفاع گانې هم یو بل په یوه ټکې کې قطع کوي.

تمرین

- 1- د ABC مثلث د 4، 5 او 6 سانتی مترو ضلعو په اوږدوالي سره رسم کړئ د هغه د ضلعو ارتفاع گانې رسم او د هغو د تقاطع د ټکي ځای وټاکئ.
- 2- یو قایم الزاویه مثلث رسم او ددې مثلث د ارتفاع گانو د تقاطع ځای وټاکئ.
- 3- یو مثلث چې یوه زاویه یې منفرجه وي رسم او د هغه د ارتفاع گانو د تقاطع ځای وټاکئ.

د مثلث میانې



آیا فکر کولای شئ یو مثلث د یوه پنسل په تیره څوکه باندې داسې کیردی چې ونه لوبړي؟

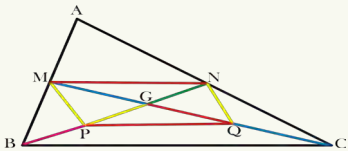
فعالیت

- د ABC اختیاري مثلث رسم کړئ.
- د B له راس څخه د BN میانه او د C له راس څخه د MC میانه رسم کړئ.
- د هغو دوو میانو د تقاطع ټکی په G سره وښیاست.
- د BG او GN اوږدوالی په خط کش سره اندازه او اوږدوالی یې له یو بل سره څه رابطه لري؟
- د CG او GM اوږدوالی په خط کش سره اندازه او اوږدوالی له یو بل سره څه ډول رابطه لري؟
- د A له راس څخه د BC په ضلعې باندې میانه رسم او د هغه پای ته K وویاست.
- آیا AK د G له ټکې څخه تیرېږي؟
- د AG او GK اوږدوالی په خط کش سره اندازه کړئ دا اوږدوالی له یو بل سره څه ډول رابطه لري؟

قضیه: د هر مثلث میانې په یوه ټکې کې قطع کوي او د تقاطع ټکی هره میانه د 2 او 1 په نسبت

ویشي.

ثبوت: د ABC په مثلث کې د G ټکې د BN او MC د میانو د تقاطع ځای دی. د دې په پام کې



نیولو سره چې د MN ټوټه کرښه د AB او AC د ضلعو

منځنۍ ټکې او یو له بل سره نښلوي د تالس د قضیې له مخې

$$BC \parallel MN$$

نتیجه کیري، چې:

$$\Rightarrow \overline{MN} = \frac{1}{2} \overline{BC} \dots \dots \dots I$$

د BG منځنۍ ټکې ته P وایو او د CG منځنۍ ټکې ته Q وایو.

\overline{PQ} داسې ټوټه خط دی چې د BGC د مثلث د \overline{BG} او \overline{CG} د ضلعو منځنۍ ټکی یو له بل سره نښلوي، د تالس د قضیې له مخې د GBC په مثلث کې لرو، چې:

$$\overline{BC} \parallel \overline{PQ}$$

$$\overline{PQ} = \frac{1}{2} \overline{BC} \dots \dots \dots \text{II}$$

د I او II له رابطو څخه داسې پایله لاس ته راځي چې د $MNQP$ څلور ضلعې چې ضلعې یې دوه په دوه موازي او مساوي دي، یوه متوازي الاضلاع ده.

د $MNQP$ په متوازي الاضلاع کې قطرونه یو بل نیمایې کوي، له دې امله:

$$\overline{PG} = \overline{GN} \quad \text{او} \quad \overline{QG} = \overline{GM}$$

له بلې خوا پوهیږو:

$$\overline{PG} = \overline{PB} \quad \text{او} \quad \overline{QG} = \overline{QC}$$

له دې امله لیکلای شو:

$$\overline{PG} = \overline{GN} = \overline{PB} \quad \text{او} \quad \overline{QG} = \overline{GM} = \overline{QC}$$

$$\frac{\overline{BG}}{\overline{GN}} = \frac{\overline{CG}}{\overline{GM}} = \frac{2}{1}$$

په پایله کې:

څرنګه چې د ABC په مثلث کې د \overline{CN} او \overline{BN} میانې په خپله خوښه یا اختیاري ټاکل شوي دي. خو دا رابطه د هرو دوو نورو غوښتل شوو میانو لپاره هم سمه ده. له دې څخه داسې پایله لاس ته راځي چې د مثلث درې واړه میانې یو بل په یوه ټکی کې قطع کوي (ولي)؟ د تقاطع ټکی، هر دوه میانې د 2 او 1 په نسبت ویشي. **د میانو د تقاطع ټکی د مثلث د ثقل مرکز دی.**

تمرین

- 1- یو قائم الزاویه مثلث رسم کړئ. د هغه د میانو د تقاطع ځای وټاکئ؟
- 2- وښیاست چې په هر متساوي الاضلاع مثلث کې د میانو، ناصفونو او ارتفاع ګانو د تقاطع ځای یو ټکی دی؟
- 3- که چېرې د ABC په مثلث کې د G ټکی د \overline{AM} , \overline{BN} , او \overline{CK} د میانو د تقاطع مرکزي وښیاست چې؟

$$\frac{\overline{AG}}{\overline{AM}} = \frac{2}{3} \quad , \quad \frac{\overline{GM}}{\overline{AM}} = \frac{1}{3}$$

د متساوي الساقين مثلث قضيي

- که چېرې د يوه مثلث دوه ضلعي يوله بل سره مساوي وي نو د هغو دوو ضلعو مخامخ زاويې هم يوله بل سره مساوي دي.
- که چېرې د يوه مثلث دوي زاويې يوله بل سره مساوي وي. د نوموړو زاويو مخامخ ضلعي سره مساوي دي

د فيثاغورث قضيه:

- په هر قايم الزاويه مثلث کې د هغې مربع مساحت چې د وتر په اوږدوالي جوړېږي، د هغو دوه نورو مربع گانو د مساحتونو له مجموعي سره برابره ده چې د قايمو ضلعو په اوږدوالي جوړېږي.
- په هر قايم الزاويه مثلث کې د وتر مربع د هغه د قايمو ضلعو د مربع له مجموعي سره مساوي ده:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

د قضيي عکس (سرچپه):

- که چېرې په يوه مثلث کې د دوو ضلعو مربعاتو مجموعه د هغه د درېمي ضلعي له مربع سره مساوي وي، نو مثلث قايم الزاويه دی.

د قايم الزاويه مثلث قضيي:

- په هر قايم الزاويه مثلث کې د قايمو ضلعو د ضرب حاصل د وتر او د هغې ارتفاع د ضرب له حاصل سره مساوي دی چې پر نوموړی وتر باندې دی.
- په هر قايم الزاويه مثلث کې د هغې ميانې اوږدوالی چې له قايم راس څخه رسم کېږي. عبارت دی د قايمو ضلعو د هندسي وسط څخه چې د نوموړی مثلث پر وتر باندې دی.
- په هر قايم الزاويه مثلث کې د هغې ارتفاع اوږدوالی چې له قايم راس څخه د هغه پر وتر باندې رسمېږي د وتر د اوږدوالي د نيمايي سره مساوي دی.
- که چېرې په يوه قايم الزاويه مثلث کې چې يوه حاده زاويه يې 30° وي، د دې زاويې د مخامخ ضلعي اوږدوالی د وتر د اوږدوالي نيمايي دی.

د هغو خطونو قضیې چې د مثلث په دننه کې یو بل په یوه ټکي کې قطع کوي

- د ناصف الزاويې په مخ باندې هر ټکي يې د زاويې له دوو ضلعو څخه په مساوي فاصله کې پروت دی.
- هر ټکي چې د يوې زاويې له دوو ضلعو څخه په مساوي فاصله کې پروت وي هغه ټکي د ناصف الزاويې په مخ باندې پروت دی.
- په هر مثلث کې داخلي ناصف الزاويې يو بل په يوه ټکي کې قطع کوي.
- د يوه ټوپه خط د عمودي ناصف په مخ باندې هر ټکي د هغه له انجانونو څخه متساوي الفاصله دی.
- هر ټکي چې د يوه ټوپه خط له انجانونو څخه مساوي فاصلي ولري دا ټکي د نوموړي ټوپه خط په عمودي ناصف باندې پروت دی.
- په هر مثلث کې د ضلعو عمودي ناصفونه يو بل په يوه ټکي کې قطع کوي.
- په هر مثلث کې ارتفاعگانې يو بل په يوه ټکي کې قطع کوي.
- د هر مثلث ميانې يو بل په يوه ټکي کې قطع کوي او د ميانو د تقاطع ټکي، هره ميانه د 2 او 1 په نسبت ويشي.

عمومي پوښتنې

په لاندې پوښتنو کې د هرې پوښتنې لپاره څلور ځوابونه درکړل شوي دي صحيح ځواب يې پيدا او کرښه ترې تاو کړئ.

- 1- په منفرجه الزاويه مثلث کې د درې وارو عمودې ناصفونو د تقاطع ځای چيرې دی؟
 (a) د مثلث دننه
 (b) د مثلث د باندې
 (c) په لويه ضلع باندې
 (d) يو يې هم نه دی
- 2- يو مثلث د 8، 4 او 5 ضلعو په اوږدوالي سره په پام کې ونيسئ، ددې مثلث درې واړه ارتفاع گانې يو بل په:

(a) د مثلث په دننه کې قطع کوي

(b) د مثلث د باندې قطع کوي

(c) د هغې ضلعي پر مخ باندې چې اوږدوالي يې 5 دی قطع کوي

(d) په هغه راس کې قطع کوي چې د لويې ضلعي مخامخ ته دی.

3- په قايم الزاويه مثلث کې د 30° زاويې د مخامخ ضلعي اوږدوالي عبارت دی، له:

- (a) د وتر نيمايي (b) د وتر سره مساوي (c) 1 پر 3 د وتر (d) 1 څلورم د وتر
- 4- که چېرې په يوه قايم الزاويه مثلث کې د قايمو ضلعو اندازه 3 او 2 وي، د وتر اوږدوالي عبارت دی، له:

(a) $\sqrt{13}$ (b) $\sqrt{3}$ (c) 3 (d) 2

5- په متساوي الساقين مثلث کې د قاعدې يوه زاويه 65° ده. د قاعدې بله زاويه يې عبارت ده له:

(a) 50° (b) 65° (c) 70° (d) 45°

په لاندې جملو کې تش ځايونه په مناسبو کلمو سره ډک کړئ.

1- په هر قايم الزاويه مثلث کې د قايمو ضلعو د ضرب حاصل مساوي دی د هغه مثلث د وتر ارتفاع

2- په هر قايم الزاويه مثلث کې د وتر چې له قايم راس څخه رسم کيږي مساوي دی د ضرب له حاصل سره چې د نوموړی مثلث په وتر باندې يې بيلوي.

3- په قايم الزاويه مثلث کې د 30° زاويې اوږدوالي د وتر له مساوي دی.

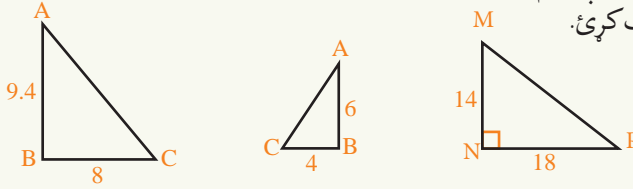
4- په منفرجه الزاويه مثلث کې ارتفاع گانې يو بل په قطع کوي.

5- که چېرې د يوه مثلث د ضلعو اوږدوالي په ترتيب 3cm، 4cm او 5cm وي نوموړی مثلث دی.

6- که چېرې په یوه مثلث کې دوه ضلعې یو له بل سره مساوي وي نو بې هم یو له بل سره مساوي دي.

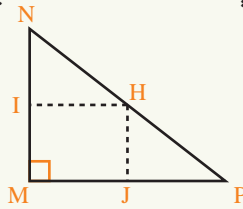
لاندي پوښتنې حل کړئ.

1- په لاندي شکلونو کې قايم الزاويه مثلثونه درکړ شوي دي، د نوموړو مثلثونو وترونه د 0.1 لږوالی په تقرب کې حساب کړئ.



2- د ABC مثلث داسې رسم کړئ چې $\overline{BC} = 6$ ، $\widehat{ABC} = 80^\circ$ او $\widehat{ACB} = 80^\circ$ وي، وروسته د نوموړی مثلث ناصفونه رسم کړئ.

3- د MNP مثلث چې د M په راس کې قايم وي، په پام کې ونیسئ په نوموړی مثلث کې د \overline{MH} ارتفاع رسم کړئ داسې چې د I او J ټکي د MN او MP منځني ټکي دي.



(a) ثبوت کړئ چې MIH او MJH متساوي الساقين مثلثونه د \overline{MH} په گډې قاعدې سره دي.

(b) ثبوت کړئ چې \overline{MH} د \overline{IJ} عمودي ناصف دی.

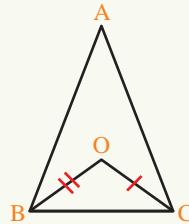
(c) ثبوت کړئ چې \overline{HI} او \overline{HJ} یو پر بل عمود دي.

4- د ABC په متساوي الساقين مثلث کې $\overline{AB} = \overline{AC}$ دی که چېرې هغوی د \overline{OB} او \overline{OC} په

واسطه نیمايي کړو ثبوت کړئ، چې:

(a) $\overline{OB} = \overline{OC}$

(b) د \widehat{A} نیمايي کوونکی دی.



شپږم فصل

مساحت او حجمونه

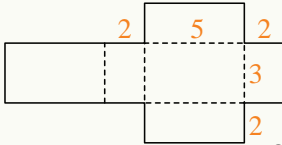


د مکعب مستطیل مساحت او حجم



آیا تر اوسه مو فکر کړئ چې یو انسان د نفس په کښلو هر وار د هوا څومره حجم خپلو سرو ته داخلوي.

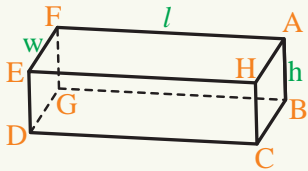
فعالیت



- مخامخ شکل په کاغذ کې رسم او قیچې یې کړئ او بیا یې په ټکي ټکي کړښو باندې قات کړئ
 - یو بل مکعب مستطیل د 5cm په اوږدوالي 2cm په سور او 3cm په ارتفاع سره رسم کړئ.
 - نوموړی مستطیلی مکعب څو راسونه، څو ضلعي او څو سطحې لري؟ هر یو یې وشمېرئ.
 - د جانبي (اړخو) سطحو مساحت فرمولونه، چې هره سطح یې مستطیل دی، پیدا یې کړئ.
 - نوموړی مستطیلی مکعب څو قاعدې لري؟ نومونه یې واخلئ.
 - د هغه د قاعدې د مساحت فورمول پیدا کړئ.
 - د مساحتونو د مجموع په کارولو سره د مستطیلی مکعب د ټول مساحت فورمول ولیکئ.
- له پورته فعالیت څخه پیدا کولای شو، چې:

تعریف

مکعب مستطیل یو منظم هندسې شپږ وجهې جسم دی چې ټولې وجهې یې مستطیل شکل دي، او د سطحو مخامخ زاویې یې قائمه دي. که چېرې د مکعب مستطیل اوږدوالی په l ، سور یې په w او ارتفاع (جگوالی) یې په h سره وښیو، څرنگه چې مکعب مستطیل شپږ سطحې لري او د هرې سطحې مساحت یې په لاندې ډول دی:



$$S = 2(w \cdot h + h \cdot l)$$

$$B = 2w \cdot l$$

دقاعده مساحت یې مساوي دی له:

$$A = w\ell + \ell h + wh + w\ell + \ell h + wh$$

$$A = 2(\ell w + \ell h + wh)$$

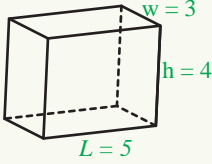
هغه مکعب مستطیل، چې ټولې ضلعې یې له یو بل سره مساوي وي، مکعب بلل کیږي. که چېرې مساحت په A سره وښیو، لرو چې:

$$A = a^2 + a^2 + a^2 + a^2 + a^2 + a^2$$

$$A = 6a^2$$

هغه مکعب چې اوږدوالی، سور او ارتفاع یې یو وي. واحد مکعب بلل کیږي.

لومړی مثال: د مستطیلي مکعب کلي مساحت پیدا کړئ، په داسې حال کې چې اوږدوالی یې 5cm، سور یې 3cm او ارتفاع یې 4cm وي.



حل:

$$\ell = 5\text{cm}$$

$$w = 3\text{cm}$$

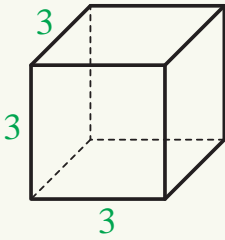
$$h = 4\text{cm}$$

$$A = 2(\ell w + \ell h + wh) = 2(5 \cdot 3 + 5 \cdot 4 + 3 \cdot 4)$$

$$A = 2(15 + 20 + 12) = 2(47)$$

$$A = 94\text{cm}^2$$

دویم مثال: که چېرې د یوه مکعب کلي مساحت 54cm وي، ددې مکعب د ضلعو اوږدوالی پیدا او رسم یې کړئ.



$$A = 6a^2 \quad 6a^2 = 54$$

$$a^2 = \frac{54}{6} = 9 \quad a = 3\text{cm}$$

حل:

فعالیت

• د واحد مکعبونو په درلودلو، مستطیلي مکعب چې اوږدوالی 3cm، سور یې 2cm او ارتفاع یې 2cm وي، رسم کړئ.

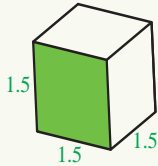
- د څو واحد مکعبونو په درلودلو سره کولای شو دا مکعب مستطیل ډک کړو. د جوړ شوی شکل حجم څومره دی؟
- که چېرې د نوموړې مستطیلی مکعب مخ بیا په ترتیب سره د نورو واحد مکعبونو په واسطه ډک کړو څه ډول شکل په لاس راځي؟ د هغه حجم به څومره وي؟
- د مکعب مستطیل د اوږدوالی، سور او ارتفاع په منځو کې څه ډول اړیکې شته چې د هغه په واسطه یې حجم پیدا کړو؟
- که چېرې د واحد مکعب لس نور کتارونه د لومړي مکعب مستطیل په منځ یا څنګ کې کښیږدو د جوړ شوی شکل حجم څومره دی؟
- آیا کولای شئ د مکعب مستطیل د حجم د محاسبې کولو لپاره فارمول وښیاست؟ له پورتنۍ فعالیت څخه پوهیږو چې:

د هغه مکعب مستطیل حجم چې اوږدوالی یې l ، سوري یې w او ارتفاع یې h وي مساوي دی له:

$$V = l \times w \times h \text{ د مکعب مستطیل حجم}$$

$$V = a \times a \times a = a^3 \text{ د مکعب حجم}$$

لومړی مثال: د مخامخ مکعب حجم پیدا کړئ:
حل:



$$V = a \times a \times a = a^3$$

$$V = 1.5 \times 1.5 \times 1.5$$

$$V = 3.375 \text{ cm}^3 \text{ د مکعب حجم}$$

- دویم مثال:** د یوه مکعب مستطیل حجم 24 متر مکعب او د قاعدې مساحت یې 8 متره مربع دی ددې مکعب مستطیل ارتفاع څو متره ده.

$$V = l \times w \times h \text{ د مکعب مستطیل حجم}$$

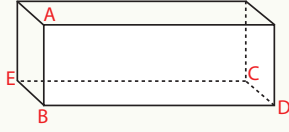
$$24 = 8 \times h$$

$$h = 24 \div 8 = 3 \text{ m}$$

تاسو پوهیږئ په هر مکعب مستطیل کې هغه ټوټه خط چې د مکعب مستطیل دوه مخامخ راسونه یو له بل سره نښلوي د مکعب مستطیل قطر بلل کیږي. ددې د لاس ته راوړلو لپاره لاندې فعالیت سرته ورسوئ.

فعالیت

- په درکې شوي شکل کې \overline{AB} ، \overline{BE} او \overline{EB} اوږدوالي په ترتیب سره a ، b او c ونوموئ.
- د A راس له C او د C له B سره ونښلوی تر څو یو قایم الزاویه مثلث جوړ شي.
- په شکل کې د ABC د قایم الزاویه مثلث وتر \overline{AC} دی، د \overline{AC} د پیدا کولو لپاره د فیثاغورث



له قضیې څخه کار واخلي.

- څرنگه چې د یو مکعب مستطیل ټولې سطحې مستطیلې دي او یو پر بل باندې انطباق منونکي دي. نو: $\overline{BE} = \overline{DC} = ?$
- همدارنگه د BCD په قایم الزویه مثلث کې \overline{BC} وتر دی.

د فیثاغورث د قضیې په کارولو سره د \overline{BC} اوږدوالی پیدا او په مخکنی رابطه کې د \overline{BC} په ځای کښیردی.

د پورته فعالیت څخه لرو:

$$\overline{AC} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

که چېرې په یوه مکعب مستطیل کې $a=b=c$ وي نو د مکعب قطر په لاس راځي.

$$\overline{AC} = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2} = \sqrt{3a^2} \Rightarrow \overline{AC} = a\sqrt{3}$$

مثال: د مکعب مستطیل د قطر اوږدوالی پیدا کړئ چې ابعاد یې په ترتیب 2cm ، 3cm او 6cm وي.

حل: که چېرې $a = 2\text{cm}$ ، $b = 3\text{cm}$ او $c = 6\text{cm}$ وي د \overline{AC} د قطر اوږدوالی په لاس راوړو

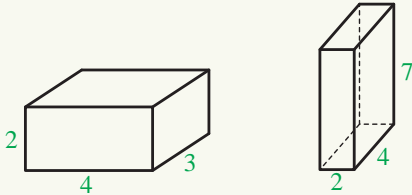
$$\overline{AC} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = \sqrt{2^2 + 3^2 + 6^2} = \sqrt{4 + 9 + 36} = \sqrt{49} = 7\text{cm}$$

تمرین

1- د ډبرو د یوه دیوال اوږدوالی 60cm ، سور یې 30cm او ارتفاع یې 120cm ده. د هغه حجم په سانتی متر مکعب سره پیدا کړی.

2- که چېرې د یوه مکعب اوږدوالی سور او ارتفاع یې 3 برابره شي، د مکعب حجم څو برابره کیږي؟

3- دلاندې مکعب مستطیلونو حجم او کلي مساحت په لاس راوړئ.



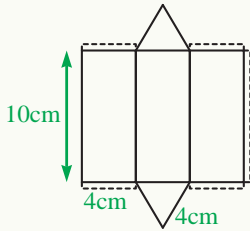
4- که چېرې د یوه مکعب اوږدوالی سور او ارتفاع دوه برابره کړو د هغه د قطر اوږدوالی څه ډول بدلون مومي.

د منشور مساحت او حجم Surface Area and Volume of Prisms



ایا تر اوسه مو فکر کړې دی د ژوند کولو
خیمه څه ډول هندسي شکل لري؟

فعالیت



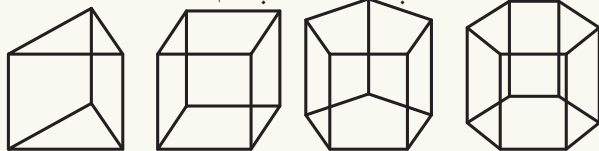
مخامخ شکل په درکړل شوو اندازو سره په یوه کاغذ باندې رسم کړئ. د کاغذ له شکل څخه د پریکولو او جلا کولو وروسته جلا شوي ټوټې په ترتیب یو د بل تر څنګ داسې کښیږدئ چې ونښلول شي.

- جوړ شوی شکل کوم هندسي شکل دی؟
 - په پورتنی شکل کې څو سطحې او څو قاعدې لیدلای شې؟
 - د پورتنیو هر یوه مساوي مستطیلونو مساحت په لاس راوړئ.
 - د پورته دوو قاعدو د مثالونو مساحت پیدا کړئ.
 - د پورته دوو لاس ته راغلي مساحتونو مجموعه څه شی رابښي؟
- له پورته فعالیت څخه پیدا کولای شو چې:

تعریف

منشور یو هندسي منظم جسم دی چې مخامخ جانبي سطحې یو له بل سره مساوي اوموازي دي او د مخامخ جانبي سطحو زاوې یو پر بل باندې انطباق منونکي دي. څرنګه چې جانبي وجوه یې مستطیلونه دي نو مجموع یې د منشور جانبي سطحې بلل کېږي. په یوه منشور کې د جانبي سطحو د مساحت له جمع کولو څخه د ټول جانبي مساحت په لاس راځي او د ټول جانبي مساحت او دوو قاعدو د مساحت له جمع کولو څخه د منشور کلي مساحت لاس ته راځي. که چېرې د منشور سطحې پر قاعده باندې عمود وي هغه ته قائم منشور ویل کېږي.

منشورونو ته د قاعدو د څو ضلعي شکل له مخې نوم ورکول کيږي.



3 ضلعي منشور 4 ضلعي منشور 5 ضلعي منشور 6 ضلعي منشور

خپل او د خپل ټولگيو الو د رياضي کتابونه واخلي او په لاندې توگه يې يو پر بل باندې کينډرې جوړ شوی شکل يو مستطیل القاعده منشور دی. د مکعب مستطیل حجم د کتابونو له مجموعي سره مساوي دی. يا په بل عبارت د قاعدې مساحت ضرب په ارتفاع کې دی. که چېرې اوس د رياضي کتابونو په ځای چې مستطیل شکل دی خپل گونیاگانې يو پر بل باندې کينډرې يو مثلث القاعده منشور لاس ته راځي. چې ددې شکل حجم هم د قاعدې د مساحت او ارتفاع د ضرب سره مساوي دی. h $V=B \times$ چې په هغه کې B د قاعدې مساحت او h ارتفاع ده.



مثال: د مثلث القاعده منشور کلي مساحت او حجم پيدا کړئ په داسې حال کې چې قاعده يې يو متساوي الاضلاع مثلث چې د هرې ضلعي اوږدوالی 2cm او ارتفاع يې 4cm دي.

حل: په لومړۍ گام کې د منشور د قاعدې د مثلث ارتفاع يعنې \overline{AH} پيدا کوو $\overline{AH}^2 = \overline{AC}^2 - \overline{CH}^2 \Rightarrow \overline{AH}^2 = (2)^2 - (1)^2 \Rightarrow \overline{AH} = \sqrt{3}$

$$\text{د هرې جانبي سطحې مساحت} = 2 \times 4 = 8 \text{cm}^2$$

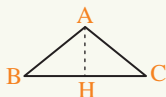
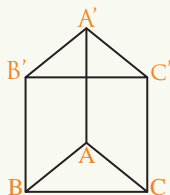
$$\text{د درېو جانبي سطحو مساحت} = 3 \times 8 = 24 \text{cm}^2$$

$$\text{د منشور د قاعدې مساحت} = \frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{3} = \sqrt{3}$$

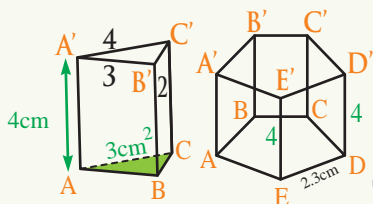
$$\text{د دواړو قاعدو مساحت} = 2\sqrt{3}$$

د قاعدو مساحتونه + د جانبي سطحو مساحتونه = ټول مساحت

$$\text{ټول مساحت} = 24 + 2\sqrt{3} \quad V = B \cdot h = 4\sqrt{3}$$



تمرین



1- د مخامخ منشورونو کلي مساحت او حجم حساب کړئ

په داسې حال کې چې:

$$S_{(ABCD)} = 12.92 \text{cm}^2, \quad S_{(ABC)} = 3 \text{cm}^2$$

د استوانې مساحت او حجم



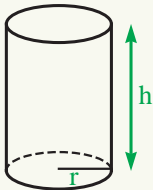
ډېر هغه وسایل چې په ورځني ژوند کې ورسره مخامخ کېږو، استوانه يي شکلونه دي لکه د اوبو گيلاس، د اوبو نل او نور...
آيا کولای شئ د څو استوانه يي شکلو شيانو نومونه واخلئ؟

فعالیت

- د يوې قايمې استوانې د ارتفاع اوږدوالی 5cm او د قاعدې شعاع يې 2cm ده د ارتفاع په اوږدوالي استوانه خلاصه او رسم يې کړئ.
- د لاس ته راغلي مستطیل اوږدوالی او سور څومره دی؟
 - د مستطیل مساحت لاس ته راوړئ.
 - ددې مستطیل مساحت د استوانې د جانبې سطحې له مساحت سره څه ډول اړیکې لري؟
 - د استوانې د هرې قاعدې مساحت په داسې حال کې په لاس راوړئ چې د قاعدې شعاع يې 2cm وي؟
 - د استوانې کلي مساحت حساب کړئ.
- له پورته فعالیت څخه ويليای شو:

تعريف

قايمه استوانه له دوو انطباق منونکو دایروي قاعدو او يوې جانبې سطحې څخه چې پر قاعدو باندې عمود ده، جوړ شوی ده. که چېرې د هغې ارتفاع په h او د قاعدې شعاع يې په r سره وښوئ نو د هغې ټول مساحت په A سره ښوئ:



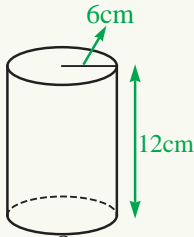
$$s = 2\pi r \cdot h \text{ د جانبې سطحو مساحت}$$

$$= 2\pi r^2 \text{ د قاعدو مساحت}$$

$$A = 2\pi r^2 + 2\pi r \times h \text{ د استوانې کلي مساحت}$$

$$\pi = 3.14$$

$$A = 2\pi r(r + h)$$



لومړی مثال: د مخامخ استوانې مساحت حساب کړئ.

$$A = 2\pi r(r + h) = 2 \times 3.14(6)(6 + 12) \quad \text{حل:}$$

$$A = 6.28 \times 6(18) = 37.68(18)$$

$$A = 678.24 \text{ cm}^2$$

دویم مثال: که چېرې د یوه 4 سلنډره ماشین حجم، چې د هر سلنډر قطر یې 8cm دی له 1600 cm^3 سره مساوی وي د هر سلنډر ارتفاع څومره ده؟

حل: څرنګه چې $V = 1600 \text{ cm}^3$ ، $r = 4 \text{ cm}$ ، نو $h = ?$ ، له فارمول څخه په کار اخیستنې سره د 4 سلنډرو لپاره لرو:



$$v = (4\pi r^2 \cdot h)$$

$$1600 = 4(16\pi \cdot h) = 4(16 \cdot 3.14 \cdot h)$$

$$1600 = 200.96h$$

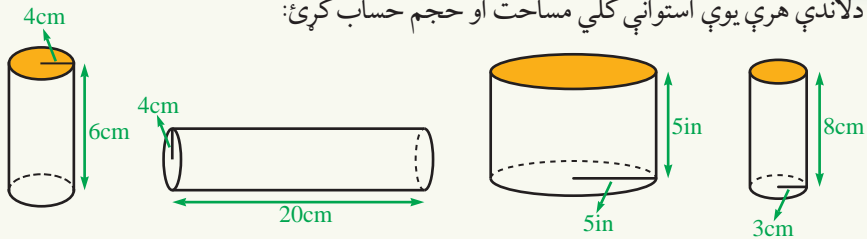
$$h = \frac{1600}{200.96} = 7.96$$

$$h = 7.96 \text{ cm}$$

د منشور د حجم د پیدا کولو لپاره مو لومړۍ د قاعدې مساحت پیدا او بیا هغه په ارتفاع کې ضربوو د استوانې د حجم د پیدا کولو لپاره هم لومړی د دایروي قاعدې مساحت پیدا او بیا هغه په ارتفاع کې ضربوو که چېرې د استوانې حجم په V سره وښو نو لرو چې: $V = \pi r^2 \times h$

تمرین

1- دلاندې هرې یوې استوانې کلي مساحت او حجم حساب کړئ:



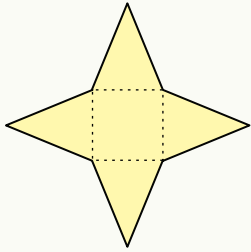
- 2- که چېرې د یوې استوانې د قاعدې شعاع 3 برابره شي د هغې په حجم کې څومره بدلون راځي؟
- 3- د اوبو ساتلو ځای چې استوانه یې شکل لري د قاعدې شعاع یې 5cm او ارتفاع یې 8cm دي. د اوبو د ساتلو په دې ځای کې څومره مکعبه اوبه ځایېږي؟
- 4- که چېرې د یوې استوانې ارتفاع دوه برابره شي د جانبي سطحې اندازه یې څومره بدلون مومي؟

د هرم مساحت او حجم



آيا تر اوسه مو فکر کړې چې مصريانو د مصر هرمونه په څو کلونو کې جوړ کړي دي؟

فعاليت



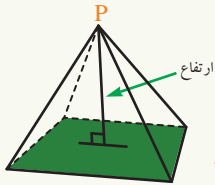
- مخامخ شکل د کاغذ پر مخ رسم کړئ.
- که چېرې د مثلثونو راسونه یو له بل سره ونښلوی څه ډول شکل به لاس راځي؟
- د شکل له مخې آیا کولای شئ د هرم د جانيي سطحو د مساحت د پیدا کولو لپاره یوه طریقه بیان کړئ؟



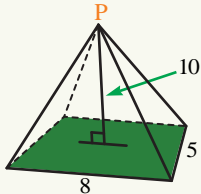
له پورته فعالیت څخه لرو، چې:
هرم یو هندسي څو وجهي شکل دی چې قاعده یې یوه منظمه مضلع او جانيي سطحې یې مثلثونه دي او یو ګډ راس لري.

$$S = \frac{1}{2} n \cdot b \cdot l$$

د جانيي سطحو مساحت + د قاعدې مساحت = د هرم کلي مساحت
یا $A = B + S$



دلته n د ضلعو شمېر b قاعده او l جانيي ارتفاع (د مثلث ارتفاع) ده.
د هرم ارتفاع له هغه تپوټه خط څخه عبارت ده چې د هرم له راس څخه د هغه په قاعده باندې عمود وي.



مثال: په مخامخ شکل کې د هرم اوږدوالی سور او ارتفاع درکړ شوي دي دهغه کلي مساحت پیدا کړئ:

$$\text{د هرډم د جاني سطحی مساحت} = \frac{1}{2} \times 8 \times 10 = 40\text{cm}^2$$

$$\text{د هرډم د ټولو جاني سطحو مساحت} = 4 \left(\frac{1}{2} \times 8 \times 10 \right) = 4 \times 40 = 160\text{cm}^2$$

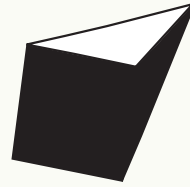
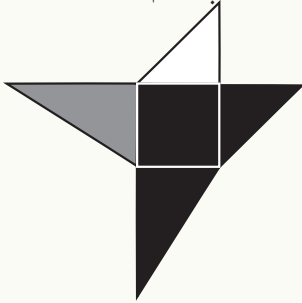
څرنگه چې دهرم قاعده مستطیلي ده، نو:

$$8 \cdot 5 = 40\text{cm}^2 \text{ دهرم د قاعدې مساحت}$$

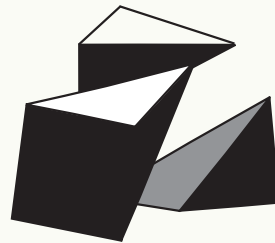
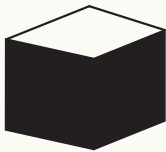
$$\text{د هرډم کلي يا ټول مساحت} = 160\text{cm}^2 + 40\text{cm}^2 = 200\text{cm}^2$$

فعالیت

- درې تختې کاغذونه په پام کې ونیسئ او لاندې شکل په هر یوه کې رسم کړئ.

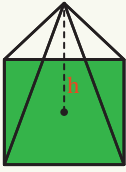


- درې واړه سپینې تختې کاغذونه پرې کړئ او له هغو څخه درې هرمونه جوړ کړئ.
- جوړ شوي هرمونه یو د بل تر څنګه داسې کیږدی چې یو مکعب په لاس راشي.
- د هرډم او مکعب حجمونه یو له بله سره پرتله کړئ.



له پورته فعالیت څخه لرو، چې:

د مکعب مستطیل حجم د هرډم د حجم 3 برابره دی نو د هرډم حجم د مکعب مستطیل د حجم یو درېمه دی.



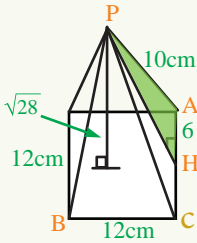
نوکه چېرې د هرم حجم په V ارتفاع يې په h او د قاعدې مساحت يې په B سره وښيو نو د هرم حجم مساوي دی له:

$$V = \frac{1}{3} B \cdot h$$

مثال: په لاندې مربع القاعده هرم کې د مثلث د ضلعي اوږدوالی او ارتفاع يې درکړل شوی دي د هرم کلي يا ټول مساحت حساب کړئ.
حل: څرنگه چې د هرم قاعده مربع ده نو مساحت يې عبارت دی له.

$$B = l \cdot w = 12 \cdot 12 = 144 \text{cm}^2$$

اوس د AHP په قائم الزاويه مثلث کې \overline{PH} چې د $\triangle APC$ مثلث ارتفاع ده، په لاس راوړو.



$$\overline{PA}^2 = \overline{AH}^2 + \overline{PH}^2$$

$$10^2 = 6^2 + \overline{PH}^2 = 100 - 36 = 64 \Rightarrow \overline{PH} = 8 \text{cm}$$

د هرم څلور سره سطحې له مثلثونو څخه جوړې شوي دي. نو:

$$S = \frac{1}{2} (B \times h)$$

$$S = 4 \times \frac{1}{2} (12 \times 8)$$

$$= 2(96) = 192 \text{cm}^2$$

$$A = 192 + 144 = 336 \text{cm}^2$$

د هرم کلي مساحت

$$V = \frac{1}{3} 144 \cdot \sqrt{28}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 144 \text{cm}^2 \cdot 5.29 \text{cm}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 761.76 \text{cm}^3$$

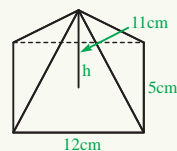
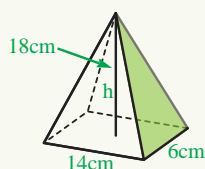
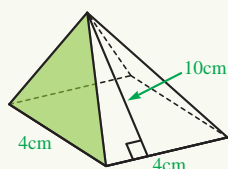
$$V = 253.92 \text{cm}^3$$

تمرین

1- د هغه هرم حجم پیدا کړئ چې قاعده یې مربع او د مربع د ضلعې اوږدوالی یې 40m او د هرم ارتفاع 27m وي.

2- یوه خیمه د مربع القاعده هرم شکل لري په دې خیمې کې څو متره مکعب هوا وجود لري؟ په دې صورت کې چې د مربع د ضلعې اوږدوالی 7m او د هرم ډوله خیمې ارتفاع 5m وي.

3- د لاندې شکلونو هر یوه حجم پیدا کړئ:



د مخروط مساحت او حجم



آيا تر اوسه مو فکر كړې دى چې يو مخروط د يوې ضلعي په شاوخوا د كوم ډول مثلث له دوران څخه منځ ته راځي؟

تعريف

قايم مخروط داسې جسم دى چې په يوې قايمې ضلعي باندي د يوه قايم الزاويه مثلث له دوران څخه لاسته راځي، هغه ټوټه خط چې د مخروط راس د هغه د قاعدې له مركز سره نښلوي د مخروط محور بلل كيږي. كه چېرې محور په قاعدې باندي عمود وي قايم مخروط دى له هغه پرته مايل مخروط بلل كيږي د مخروط مساحت د لاندي فرمول په واسطه په لاس راځي: $B = \pi r^2$ د قاعدې مساحت $A = \pi r^2 + \pi r \cdot l = \pi r(r + l)$ د يوې جانبي سطحې مساحت $S = \pi r \cdot l$

فعاليت

• يوه استوانه يي ډوله او يو مخروطي ډوله جسمونه چې قاعدې يې يو له بله سره مساوي وي له كاغذ څخه جوړ كړئ، مخروطي جسم له ريگ څخه ډك او په استوانه يي جسم كې يې تش يعنې واچوئ.

• د څو ډكو مخروطونو په واسطه استوانه يي جسم په بشپړه توگه ډكېږئ.

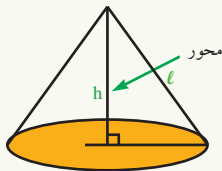
• د استوانې او مخروط حجمونه يوله بله سره څه ډول اړيكي لري؟

له پورته فعاليت څخه لاندي پايله په لاس راځي:

ليدل كيږي چې د استوانې حجم د مخروط 3 برابره دى، نو د مخروط حجم د استوانې د حجم يو

درېمه دى،

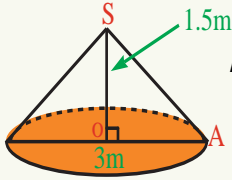
$$V = \frac{1}{3} \text{د استوانې حجم} \quad \text{د مخروط حجم}$$



څرنگه چې: $\pi r^2 h$ د استوانې حجم دى

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 \times h \quad \text{نو د مخروط حجم يعنې:}$$

لومړی مثال: د غنمو یو درمند د مخروط شکل لري چې ارتفاع یې $1.5m$ او د قاعدې قطر



$$h = 1.5m$$

یې $3m$ دی. د هغه کلي مساحت پیدا کړئ.

حل: $d = 3m$, $r = 1.5m$

خرنگه چې د مخروط قاعده دایروي ده، نو:

$$د قاعدې مساحت = \pi r^2 = 3.14(1.5)^2 = 7.065m^2$$

اوس د جانيبي سطحې د پیدا کولو لپاره باید د قائم الزاویه مثلث وتر پیدا کړو:

$$\overline{SA}^2 = \overline{OA}^2 + \overline{OS}^2$$

$$\overline{SA}^2 = (1.5m)^2 + (1.5m)^2 = 4.5m^2$$

$$\overline{SA} = 2.12 \quad \ell = 2.12$$

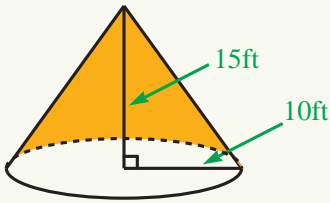
$$S = \pi r \ell = 3.14 \times 1.5 \times 2.12$$

$$S = 4.17 \times 2.12 = 9.9852m^2$$

$$د کلي مساحت = د قاعدې مساحت + د جانيبي مساحت = 7.065 + 9.9852 = 17.0502m^2$$

دویم مثال: د لاندې مخروط حجم د درکړ شوو قیمتونو له مخې حساب کړئ:

$$h = 15ft \quad , \quad r = 10ft$$



حل:

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 \times h = \frac{1}{3} \times 3.14(10)^2 \times 15$$

$$V = \frac{1}{3} \times 4710 = 1570$$

$$V = 1570 ft^3$$

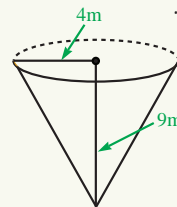
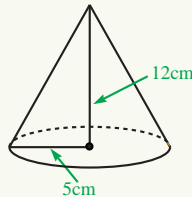
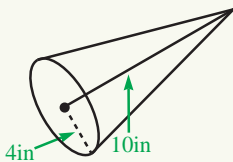
تمرین

1- د شگویوه کوټه یا ډبرې مخروطي شکل لري چې ارتفاع یې $2m$ او د قاعدې قطر یې $4m$ دی،

د شگو حجم پیدا کړئ.

2- په لاندې شکلونو کې د هر مخروط د قاعدې شعاع او ارتفاع درکړ شوي دي د هر یوه حجم

حساب کړئ:



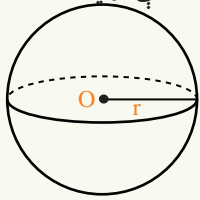


د کرې مساحت او حجم

آیا ستاسو په چاپیریال کې داسې شکلونه او جسمونه شته چې دایروي یا کروي شکل ولري؟ نومونه یې واخلئ.

تعریف

کره داسې جسم دی چې د هغې ټولې نقطې له یوې ثابتې نقطې څخه مساوي فاصلې لري. ثابتې نقطې ته د کرې مرکز، له مرکز څخه د هغې تر سطحې پورې ثابتې فاصلې ته د کرې شعاع (r) وایي. که چېرې د کرې مساحت په A او حجم یې په V سره وښیو، نو لیکلای شو:



$$A = 4\pi r^2 \text{ د کرې مساحت:}$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \text{ د کرې حجم:}$$

لومړی مثال: د هغې کرې سطحې مساحت او حجم پیدا کړئ چې قطر یې 10cm وي.

$$d = 10\text{cm}$$

$$r = \frac{d}{2} = \frac{10\text{cm}}{2} = 5\text{cm}$$

$$A = 4\pi r^2 = 4 \times 3.14 \times (5)^2$$

$$= 12.56 \times 25$$

$$A = 314\text{cm}^2$$

د کرې مساحت:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3.14 \times (5)^3$$

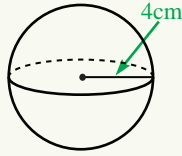
$$= \frac{4}{3} \times 3.14 \times 125 = \frac{4}{3} \times 392.5$$

$$= \frac{1570}{3} = 523.33\text{cm}^3$$

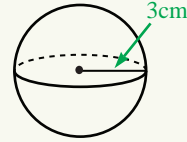
$$V = 523.33\text{cm}^3$$

د کرې حجم:

دویم مثال: په لاندې شکلونو کې د هرې کرې حجم د درکړ شوو قیمتونو له مخې پیدا کړئ:



b جز شکل



a جز شکل

$$r = 3, \quad V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3.14 \times (3)^3$$

$$V = \frac{4}{3} \times 3.14 \times 27 = \frac{4}{3} \times 84.78 \Rightarrow V = 113.04 \text{ cm}^3$$

حل a:

$$r = 4, \quad V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3.14 \times (4)^3$$

$$V = \frac{4}{3} \times 3.14 \times 64 = \frac{4}{3} \times 200.96 \Rightarrow V = 267.946 \text{ cm}^3$$

حل b:

تمرین

- 1- دیوې کرې مساحت 36π سانتي متر مربع دی. الف: ددې کرې شعاع په لاس راوړئ. ب: د کرې حجم حساب کړئ.
- 2- په لاندې جدول کې د کرې شعاع درکړ شوي ده د کرې حجم او سطحې مساحت پیدا کړئ او د جدول په تشو ځایونو کې یې ولیکئ:

r	6cm	$6 \times \frac{3}{4} \text{ cm}$	9cm	12cm	314cm
A					
V					

- 3- که چېرې د کرې شعاع 2 برابره شي، په حجم او مساحت کې څه ډول بدلون راځي؟

• مکعب مستطیل

مکعب مستطیل یو منظم هندسي شپږ وجهې جسم دی چې ټولې وجهې یې مستطیل شکل دي، او د سطحو مخامخ زاويې یې قائمه دي. که چېرې د مکعب مستطیل کلي مساحت په A او حجم یې په V سره وښیو په دې صورت کې لیکلای شو:

$$A = 2(lw + lh + wh)$$

$$v = l \times w \times h$$

• مکعب

هغه مکعب مستطیل چې د هغه ټولې ضلعي یو له بل سره مساوي په a وي مکعب بلل کېږي. که چېرې د هغه مساحت په A او حجم یې په V سره وښیو، نو لرو چې:

$$A = 6a^2$$

$$V = a^3$$

• منشور

منشور یو هندسي منظم جسم دی چې مخامخ سطحې یې یو له بل سره مساوي او موازي دي او د مخامخ سطحو زاويې یې یو په بل باندې انطباق منونکي دي.

• استوانه

قائمې استوانه له دوو انطباق منونکو دایروي قاعدو او له یوې جانبې سطحې څخه چې پر قاعدې باندې عمود وي جوړه شوي ده. که چېرې حجم یې په V او مساحت یې په A سره وښیو، نو لرو چې:

$$A = 2\pi r(r + h)$$

$$V = \pi r^2 \times h$$

• هرم

هرم یو هندسي څو وجهې شکل دی چې قاعده یې یوه منظمه مضلع او جانبې سطحې یې مثلثونه دي او په یوه راس کې گډ دي.

د جانبې سطحو مساحت + د قاعدې مساحت = دهرم کلي مساحت

$$A = B + S$$

که چېرې د هرم حجم په V او ارتفاع یې په h او د قاعدې مساحت یې په B سره وښیو، نو لرو چې:

$$V = \frac{1}{3} B \times h$$

• مخروط

قائم مخروط داسې جسم دی چې په یوې قائمې ضلعي باندې د یوه قائم الزاویه مثلث له دوران څخه لاس ته راځي، هغه ټوټه خط چې د مخروط راس د هغه د قاعدې له مرکز سره نښلوي د مخروط

محور بلل کيږي. که چږې محور په قاعدې باندې عمود وي، قايم مخروط او له هغه پرته مايل مخروط بلل کيږي.

که چږې د مخروط کلي مساحت په A او حجم يې په V سره وښيو نو لرو:

$$A = \pi r^2 + \pi r \times \ell$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 \times h$$

• کره

کره هغه جسم دی چې د هغې ټولې نقطې له يوې ثابتې نقطې څخه مساوي فاصلې ولري. ثابتې نقطې ته د کروي مرکز وايي، که چږې دکروي مساحت په A او حجم يې په V سره وښيو. ليکلی شو:

$$A = 4\pi r^2$$

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

عمومي پوښتنې

- د لاندې هرې پوښتنې لپاره څلور ځوابونه درکړ شوي دي له هر سم ځواب څخه کرښه تاو کړئ.
 - 1- د استوانې محور له قاعدې سره لاندې زاوې جوړوي:

(a) حاده	(b) منفرجه
(c) قائمه	(d) a او b سم دي.
 - 2- د هرم ارتفاع هغه ټوټه خط دی چې له راس څخه پر قاعدې باندې:

(a) موازی دی	(b) مايل دی
(c) عمود دی	(d) یوې هم نه دی
 - 3- که چېرې د یوه مخروط ارتفاع چې قاعده یې دایروي وي 20cm او د قاعدې شعاع یې 10cm وي حجم یې مساوي دی له:

(a) 2093.3cm^3	(b) 2093.3cm^2
(c) 209.33cm^2	(d) 209.33cm^3
 - 4- که چېرې د یوه مکعب مستطیل اوږدوالی، سور او ارتفاع یې په ترتیب 3، 2 او 1 سانتي متره وي د هغه د CA قطر اوږدوالی عبارت دی، له:

(a) 2	(b) $\sqrt{14}$
(c) $\sqrt{1}$	(d) 6
 - 5- هغه فضا چې د یوه جسم په واسطه نیول کیږي په کوم نامه یادېږي:

(a) د جسم وزن	(b) د جسم حجم
(c) د جسم کتله	(d) درې واړه صحیح دي.
- لاندې تش ځایونه په مناسبو کلمو سره ډک کړئ:
 - 1- هغه مکعب مستطیل چې اوږدوالی، سور او ارتفاع یې سره مساوي دي له عبارت دی.
 - 2- مکعب مستطیل یو منظم هندسي..... دی چې ټولې د سطحو مخامخ قائمه دي.
 - 3- قائم استوانه داسې جسم دی چې له دوو انطباق منونکو..... قاعدو او باندې عمود دي جوړه شوي ده.
 - 4- دهرم حجم د د حجم څومه..... ده چې د عینې قاعدې او لرونکي وي.
 - 5- قائمه مخروط هغه جسم دی چې په یوه د یوه مثلث له دوران څخه لاس ته راځي.
- له لاندې جملو څخه کومه یوه سمه او کومه یوه غلطه ده؟ د سمې مخې ته د (ص) تورې او د غلطې مخې ته د(غ) تورې ولیکئ:
 - 1- () په یوه منشور کې د ټولو سطحو د مساحتونو او قاعدو د مساحتونو له جمع کولو څخه

جانبی سطح په لاس راځي.

2- () که چېرې استوانه د محور په اوږدوالي سره قطع او خلاصه شي یو هرم لاس ته راځي.
3- () که چېرې د مکعب مستطیل اوږدوالی a ، بریښي b او ارتفاع یې c وي د نوموړی مکعب مستطیل حجم له abc څخه عبارت دی.

4- () کره هغه جسم دی چې دهغې ټولې نقطې له یوې ثابتې نقطې څخه مساوي فاصلې ولري.

5- () د مخروط حجم د استوانې حجم $\frac{1}{5}$ برخه ده په دې صورت کې چې د هماغه قاعدې او ارتفاع لرونکي وي.

• لاندې پوښتنې حل کړئ.

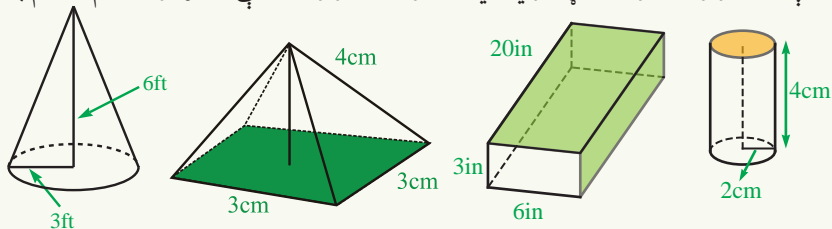
1- د مکعب کلي مساحت او حجم پیدا کړئ چې د راس خط (ارتفاع) یې په لاندې توگه درکړل شوي ده

a) $24m$ b) $\sqrt{9}m$ c) $3\frac{3}{5}m$ d) $4\sqrt{27}$

2- د پوډرې شیدو قوطی استوانه یې شکل لري چې د قاعدې شعاع یې $6cm$ او ارتفاع یې $12cm$ ده. د نوموړې قوطی کلي جانبی مساحت او حجم پیدا کړئ.

3- په مربع القاعده خیمه کې څو متره مکعبه هوا شته، په داسې حال کې چې د خیمې د هرم د مربع د ضلعي اوږدوالی او ارتفاع $5m$ وي.

4- دلاندې جسمونو شکلونه درکړ شوي دي د هغو د قیمتونو له مخې د هر یوه جسم حجم پیدا کړئ.

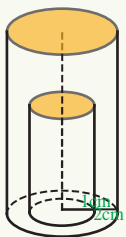


5- دوی کړي په ترتیب د $1cm$ او $2cm$ شعاع لرونکي دي.

الف: دهرې یوې مساحت پیدا کړي. ب: دهرې یوې حجم پیدا کړئ.

6- د مخامخ شکل په توگه دوه قایمي استوانې په پام کې ونیسئ چې د قاعدو مرکزي یو (عیني مرکز) وي.

الف: د لویې استوانې او کوچنۍ استوانې د جانبی سطحو د مساحتونو نسبت پیدا کړئ.



ب: د لویې استوانې او کوچنۍ استوانې د حجمونو نسبت څومره دی.

7- ځمکه چې کابو کروي ده. که چېرې د ځمکې شعاع 6400 کیلو متره وي.

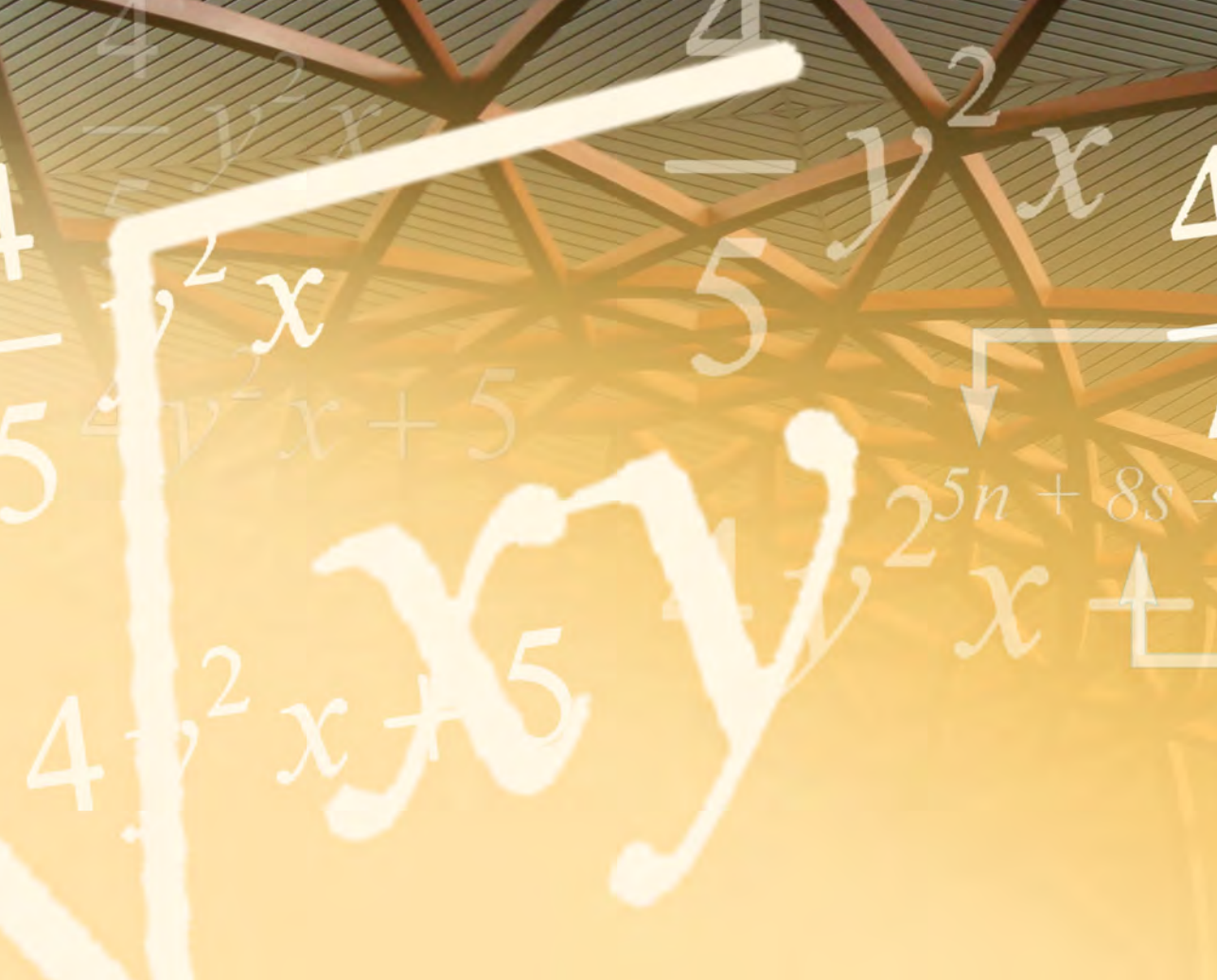
الف: د ځمکې مساحت حساب کړي. ب: د ځمکې حجم حساب کړئ.

اووم فصل

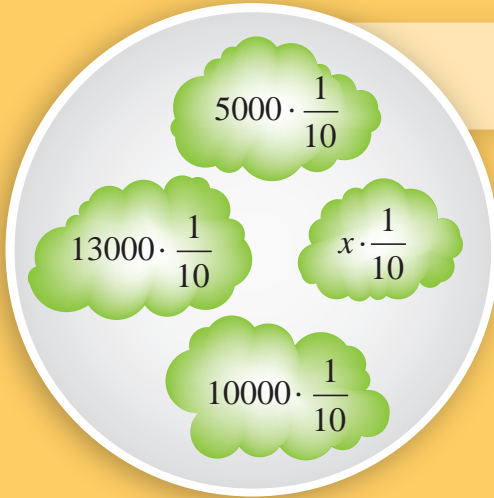
الجبري افادي

$$4y^2x + 5$$
$$4y^2x + 5$$
$$x$$

$$(5 - 2)n + (8 - 7)s = 3n + s$$



د متحول مفهوم



يو شته من غواړي د خپلو عوايدو $\frac{1}{10}$ بېوزلو ته ورکړي. دا خبره د رياضي له مخې څنگه بيانولای شو؟

فعاليت

لاندي جدول بشپړ کړئ:

د مربع د ضلعي اوږدوالی	2	1	3	10	$\frac{1}{10}$	9
د مربع محيط	4×2					
د مربع مساحت			3×3			

- $4 \times a$ يعنې څه؟ د $4 \times a$ د ساده کولو لپاره په $4a$ سره بشيو.
- آیا کولای شو د هرې مربع مساحت د a^2 په شکل سره وښيو؟
- آیا کولای شو د مربع د مساحت د ښودلو لپاره له نورو تورو څخه کار واخلو؟
- که چېرې محيط (چاپيرال) په P او مساحت په S سره وښيو د مربع د مساحت او محيط د پيدا کولو لپاره قاعدې پيدا کړئ.
- د a په ځای د 4 په اښودلو سره چې 4 د مربع د ضلعي اوږدوالی وښيي د مربع محيط او مساحت پيدا کړئ.
- آیا کولای شو د a په ځای بل هر مثبت عدد وليکو؟ دا مثبت عدد څه رابښي؟

له پورته فعاليت څخه ليکلای شو:

کولای شو د قاعدې او قانون د بيانولو لپاره له تورو څخه کار واخلو څرنگه چې د تورو په ځای مختلف قيمتونه ليکلای شو نو دغه ډول توري متحول بلل کيږي.

لومړی مثال: د a او 5 عدد جمع کولو څخه یوه افاده ولیکئ او د $5, -3, 2$ لپاره د افادې قیمتونه پیدا کړئ.
حل: نوموړې افاده د $a + 5$ څخه عبارت ده چې د a مختلفو قیمتونو لپاره لاندې جدول بشپړ وو.

a	2	-3	5
a + 5	2 + 5 = 7	-3 + 5 = 2	5 + 5 = 10

دویم مثال: هر یو عدد چې په خپل ځان کې ضرب شي د ضرب حاصل یې د 2 په توان له هماغه عدد سره مساوي وي. دا عبارت د یوې افادې په شکل ولیکئ او په دوو مثالونو کې وښیاست.

حل: د تورو افاده یې عبارت ده، له: $a \times a = a^2$

که چېرې $a = 2$ وي نو: $2 \times 2 = 2^2 = 4$ دی.

که چېرې $a = \frac{1}{2}$ وي نو: $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

تمرین

لاندې جملې د مناسبو تورو په ټاکلو سره د تورو د افادو په شکل وښیاست او د هر یوه لپاره 3 عددي مثالونه ولیکئ.

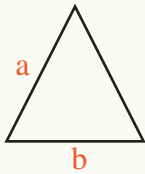
- هر عدد د یو په توان مساوي دی له خپل هم هغه عدد سره.
- یو د هر عدد په توان مساوي دی له یوه سره.
- هر عدد د صفر په توان مساوي دی له یوه سره.
- صفر د هر عدد په توان مساوي دی له صفر سره.
- د یوه مکعب د حجم اندازه مساوي ده د هغه د یوې ضلعې اندازه په توان د 3 سره.
- آیا کولای شئ د پورته رابطو په ډول نورې رابطې ولیکئ؟ دوه مثالونه راوړئ.

الجبري افادې

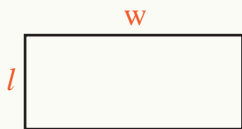


يوه بانک اعلان کړې دى چې د بانک د کلنى ربح نرخ 10% دى. ناصر له خان سره فکر وکړ چې خومره پانگه د خومره وخت لپاره په بانک کې کښيږدي چې له گټې سره يې پانگه 2 برابره شي؟

فعاليت



• په مخامخ متساوی الساقين مثلث کې د ساق د ضلعي اندازه په a او قاعده يې په b سره ښيو، ولې دواړه ساقونه په a سره ښيو؟
 • د مثلث محيط د يوې الجبري افادې په واسطه وليکئ او محيط يې د $a = 4$ او $b = 5$ لپاره پيدا کړئ.



• د مستطيل محيط او مساحت د يوې الجبري افادې په شکل وليکئ.
 • د مستطيل مساحت او محيط د $w = \frac{3}{4}$ او $l = \frac{2}{3}$ لپاره پيدا کړئ.

له پورته فعاليت څخه ليکلای شونې $4a - b$, $\sqrt{4a}$, $4a$, $a \cdot b$, $3a - b$, $2a + b$ او a^2 افادې چې جمعې، تفریق، وېش، توان او جذر عمليو له ترکیب څخه چې په کې عددونه يواځو متحولين دي، جوړي شوي وي الجبري افادې بلل کيږي، کولای شو د يوې الجبري افادې قيمت د متحول د مختلفو قيمتونو لپاره پيدا کړو
لومړی مثال: د $2b$ الجبري افادې قيمت د 2 , -2 , -3 , 4 , $\frac{3}{2}$ لپاره پيدا کړئ.
حل:

b	2	4	-2	-3	$\frac{3}{2}$
2b	$2 \times 2 = 4$	$2 \times 4 = 8$	$2 \times (-2) = -4$	$2 \times (-3) = -6$	$2 \times \frac{3}{2} = 3$

دویم مثال: که چېرې د یوه بانک کلنی ربح % 10 وي، هغه قاعده چې بانک یې پانگوالو ته د ربحې لپاره لري د الجبري افادې په شکل ولیکئ.
حل: که چېرې ربح په P ، پانگه په A ، بیه په R او وخت په T سره وښیو، نو لیکلای شو:

$$P = \frac{A \times R \times T}{100}$$

تمرین

1- د درکړل شوو قیمتونو له مخې د هرې الجبري افادې عددي قیمت پیدا کړئ.

x	1	6	-2
$x - \frac{1}{2}$			

a	2	-5	3
b	$-\frac{1}{2}$	9	5
$b(a+7)$			

2- پروین هره ورځ د تاریخ د کتاب څو مخه لولي. که د کتاب د مخونو شمېر x وي د هغو مخونو شمېر چې پروین یې په یوه ورځ کې لولي او د هغو مخونو شمېر چې پروین یې په یوه اونۍ کې لولي د یوې الجبري افادې په واسطه وښیاست.

د الجبري افادو ساده کول

x: کتابچې

y: قلمونه

$$2x + 3x = 5x$$

$$3x + 2y = ?$$





مریمې وویل: ما دوه کتابچې درلودې.
پلار مې نورې درې کتابچې راته راوښولې
اوس 5 کتابچې لرم.
کبیر وویل: زه هم درې کتابچې لرم.
پلار مې 2 قلمونه راته واخیستل. څنګه
ویلاى شو؟






فعالیت

لاندې افادې ساده او بشپړې کړئ.

$$5 \times 3 + 2 \times 3 = (5 + 2) \times 3 = 7 \times 3$$

$$8 \times 0.5 - 2 \times 0.5 = (\dots - \dots) \times \dots = \dots \times \dots = \dots$$

$$2 \text{  + 3 \text{  = (\dots + \dots) \text{  = \dots \text{ $$



$$4 \text{  + 3 \text{  + 2 \text{  = (\dots + \dots + \dots) \text{  = \dots \text{ $$

$$2a + 3a = (\dots + \dots)a = \dots a$$

$$-3y + 4y = (\dots + \dots)y = \dots y$$

$$2ax + 3ax = (\dots + \dots) \times ax = \dots ax$$

• د پورته افادو په ساده کولو کې له کوم خاصیت څخه کار اخیستل شوی دی؟

• آیا کولای شو د $3 \text{  + 2 \text{ $ افاده ساده کړو؟

• آیا کولای شو د $2b + 3b$ افاده، ساده کړو؟

کولای شو له پورته فعالیت څخه داسې پایله تر لاسه کړو:

په پورته هره الجبري افاده کې $2a, -3y, 2ax$ یو حده افاده بلل کېږي هغه دوه حدونه چې د هغو توپیر یوازې په ضربونو کې دی، یعنې ضربونه یې توپیر لري توري او توانونه یو ډول وي، مشابه حدونه بلل کېږي. د الجبري افادې د ساده کولو لپاره مشابه حدونه په پام کې نیسو او هغوی یو له بله سره جمع یا یو له بله څخه تفریقوو.

لومړی مثال: لاندې افادې ساده کړئ:

$$5n + 8s - 2n - 7s = ?$$

حل: څرنگه چې د $5n$ او $-2n$ توپیر یوازې د متحول په ضربونو کې دي نو مشابه حدونه دي په همدې ډول $-7s$ او $8s$ هم مشابه دي چې په لاندې ډول بنودل شوي دي:

$$5n + 8s - 2n - 7s = (5 - 2)n + (8 - 7)s = 3n + s$$

څرنگه چې s او $3n$ یو له بله سره مشابه نه دي له دې څخه زیات ساده کیدای نشي. **دویم مثال:** د $5xy^2 + 4yz - 8$ او $xy^2 + 3yz + 8$ افادې جمع کړئ.

$$\begin{array}{r} 5xy^2 + 4yz - 8 \\ + \quad xy^2 + 3yz + 8 \\ \hline 6xy^2 + 7yz \end{array}$$

تمرین

1- لاندې افادې ساده کړئ:

a) $5a + 7d - 4a + 3d$

b) $8c + 3k + 5k - 8k$

c) $3d + 2c + 4d + 3c - 5d$

d) $4b - 5 - 3b + 2$

e) $9xy - 7x + 5 - x^2 + 2xy + 2x^2 - 2$

f) $3a^2 - 7a - 2 - 5a^2 + 3a + 17$

g) $3x^2 + 6xy + 4y$

h) $3xy - 2yz + 4zx$

$+ -x^2 + 4xy + 9y$

$+ -2xy + yz + 32zx$

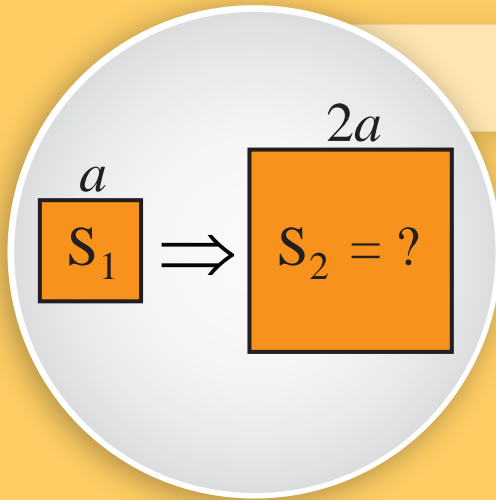
2- لاندې کومې افادې یو له بله سره مشابه دي:

a) $-4x^2y, 2x^3y^3$

b) $3xy^2, 8x^3y$

c) $3x^2, 9x^2$

د یو حده افادو ضرب



د a ضلعې په اوږدوالی یوه مربع لرو که چېرې د مربع ضلعې دوه برابره شي د لومړي مربع پر دویمې مربع د مساحتونو نسبت څومره دی؟

فعالیت

لاندي تساوي گانې په پام کې ونیسئ:

$$(3x^3y^2) \cdot (2x^2y) = (3 \times 2)x^3y^2 \cdot x^2y = 6x^{3+2}y^{2+1} = 6x^5y^3$$

$$(4a^2b) \cdot (6ab^2) = (4 \times 6)a^2b \cdot ab^2 = 24a^3b^3$$

• د ضرب په دې حاصل کې د ضرب د عملیې له کوم خاصیت او د طاقتونو د ضرب له کومې قاعدې څخه کار اخیستل شوی دی؟

• د مساواتو د کینې لوري د حدونو عددې ضریبونه او د ښي لوري د حدونو عددې ضریبونه یو له بل سره څه ډول اړیکې لري؟

• د کینې لوري اوبني لوري په دوو الجبري افادو کې د هر یوه متحول توان یو له بل سره څه ډول اړیکې لري؟

$$3x^2y^3z^2 \times 4x^2y^3z = \dots$$

پورتنی حسابونې په مخامخ حدونو باندې سرته ورسوئ:

$$-9x^3a^2 \times \frac{1}{5}ya^3 = \dots$$

له پاسني فعالیت څخه لاندي پایله په لاس راځي:

څرنگه چې په پورتنې فعالیت کې لکه $3x^3y^2$, $\frac{2y}{x}$, $2x^2y$, $4a^2b$ افادې د عدد او توان لرونکو متحولینو د ضرب څخه جوړ شوي دي، د یو حده او هغه عددونه چې په متحولینو کې ضرب شوي دي، د یو حده ضریب بلل کېږي.

د یو حده په ضربولو کې لومړی باید د هغو ضریبونه یو له بل سره ضرب کړو او د مشابه متحولینو توانونه هم یو له بل سره جمع کوو.

لومړی مثال: د $6b^3$ او $-4ab$ الجبري افادې يو له بله سره ضرب کړئ.

حل:
 $(-4ab)(6b^3) = (-4 \cdot 6)abb^3 = -24ab^4$
دویم مثال: په لاندې الجبري افادو کې کومه یوه یې یو حده ده؟

a) $\frac{4}{5}y^2x$

b) $4y^2x + 5$

c) $\frac{4y^2}{x}$

d) \sqrt{xy}

حل: (a) c او d هر یو، یو حده دی ځکه د یوه عدد او توان لرونکو متحولینو له ضرب څخه جوړې شوي دي.

تمرین

د لاندې یو حده افادو د ضرب حاصل پیدا کړئ:

a) $(-5x^2ay) \times (3ax)$

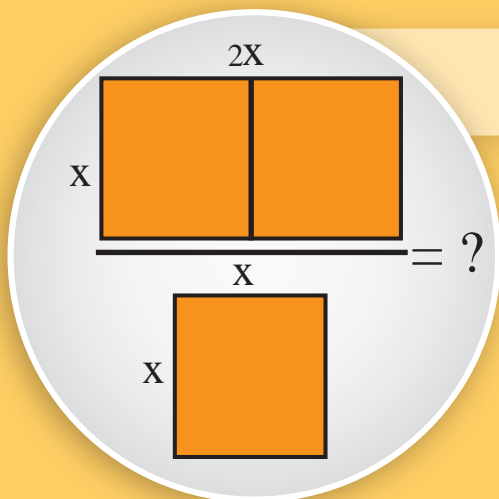
b) $(-2xy^2z) \times (x^2z)$

c) $-2xy^2 \times (-3a^2)$

d) $(-3x^2) \times (-5xy^2)$

e) $(-\frac{1}{3}x^2y) \times (-\frac{1}{2}xy^3)$

د یو حده افادو ویش



د یوه مستطیل مساحت چې اوږدوالی $2x$ او سوربې x دي، د هغې مربع د مساحت څو برابره کیږي چې اوږدوالی یې x دی؟

فعالیت

تش ځایونه پکښه کړئ.

$$\frac{3y^5}{y^2} \begin{cases} \frac{3y^5}{y^2} = \frac{3y \square y \square}{y^2} \\ \frac{3y^5}{y^2} = 3y \square - \square = 3y \square \end{cases}$$

$$\frac{6x^5 y^5}{7x^2 y^3} \begin{cases} \frac{6x^5 y^5}{7x^2 y^3} = \frac{6x \square x \square y \square y \square}{7x^2 y^3} = \frac{6}{7} x \square y \square \\ \frac{6x^5 y^5}{7x^2 y^3} = \frac{6}{7} x \square - \square y \square - \square = \frac{6}{7} x \square y \square \end{cases}$$

- د یو حده افادو د وېش دواړه طریقې یو له بل سره پرتله او وویاست چې په هره طریقه کې له کوم خاصیت څخه کار اخیستل شوی دی؟
 - د متحولینو ضریب او توانونه چې په مقسوم او مقسوم علیه کې دي یو له بل سره څه ډول اړیکې لري؟
- د پورته فعالیت څخه ویلای شو:

د یو حده افادو په وېش کې د کسرونو د ساده کولو له طریقې څخه کار اخیستل کیږي. لومړی د یو حده افادې عددي ضریبونه یو پر بل وېشو او پاتې حدونه د توانونو د قوانینو له مخې سره ساده کوو.

لومړی مثال: د $-20x^4 y^3 z$ یو حده افاده پر $5x^3 y^2 z$ باندې وېشو:

حل:

$$\frac{-20x^4y^3z}{5x^3y^2z} = \frac{-20}{5} \times \frac{x^4}{x^3} \times \frac{y^3}{y^2} \times \frac{z}{z}$$
$$= -4xy$$

دویم مثال: د $\frac{12x^3+8x^2}{2x}$ الجبري افاده ساده کړئ.

حل:

$$\frac{12x^3+8x^2}{2x} = \frac{12x^3}{2x} + \frac{8x^2}{2x}$$
$$= 6x^2 + 4x$$

تمرین

ساده یې کړئ:

a) $\frac{-a^4b^8}{a^4b^7}$

b) $\frac{a^4b^2}{a^6b^2}$

c) $\frac{10m^4}{30m}$

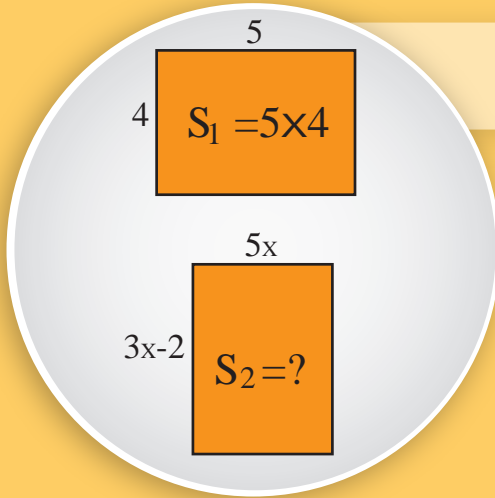
d) $\frac{-9c^4d^5}{-45c^3d^3}$

e) $\frac{6xy^2 - 3xy + 2x^2y}{xy}$

f) $\frac{4y^2 + 6}{2}$

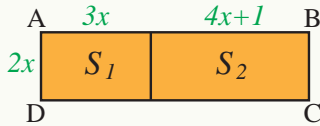
g) $\frac{8a^2b^4 - 14ab^3 + 6ab}{ab}$

د الجبري افادو ضرب



پوهیرو، که د یو مستطیل اوږدوالی 5 او سور یې 4 سانتي متره وي، مساحت یې څنګه پیدا کولای شو؟ آیا د یو داسې مستطیل مساحت چې اوږدوالی یې $3x-2$ او سور یې $5x$ وي هم پیدا کولای شو؟

فعالیت



مخامخ شکل په پام کې ونیسئ:
 • د S_1 مستطیل مساحت د یوې الجبري افادې په ډول ولیکئ.

• د S_2 مستطیل مساحت د یوې الجبري افادې په ډول ولیکئ.

• د $ABCD$ مستطیل مساحت د یوه الجبري افادې کې ولیکئ او هغه په S سره ونښیاست.

• د S_1 , S_2 او S ترمنځ څه ډول اړیکې شتون لري؟

د پورته فعالیت څخه لیکلای شو:

که چېرې یو الجبري حد په یوې الجبري افادې کې ضرب کړو ددې لپاره په جمع کې د توزیعي له خاصیت څخه کار اخیستلی شو.

لومړی مثال: د $-5ax^2$ یو حده د $x^2 - a^2$ په الجبري افادې کې ضرب او د ضرب حاصل یې پیدا کړئ.

$$-5ax^2(x^2 - a^2) = (-5ax^2) \times x^2 + (-5ax^2) \times (-a^2)$$

$$= -5ax^4 + 5a^3x^2$$

دویم مثال: $3a^2(a^3 - 2a^2 + 6a) = ?$

$$3a^2(a^3 - 2a^2 + 6a) = 3a^2(a^3) + 3a^2(-2a^2) + 3a^2(6a)$$

$$= 3a^5 - 6a^4 + 18a^3$$

فعالیت

	$3x$	$2b$
$2x$	S_1	S_3
b	S_2	S_4

- مخامخ شکل په پام کې ونیسئ.
- د S_1 مستطیل مساحت پیدا کړئ.
- د S_2 مستطیل مساحت پیدا کړئ.
- د S_3 مستطیل مساحت پیدا کړئ.
- د S_4 مستطیل مساحت پیدا کړئ.

• که چېرې د مستطیل اوږدوالی $3x+2b$ او سور یې $2x+b$ وي. د لوی مستطیل مساحت پیدا کړئ او هغه په S سره ونښاست.

• د S ، S_1 ، S_2 ، S_3 او S_4 تر منځ اړیکې ولیکئ.

له پورته فعالیت څخه لیکلې شو:

که چېرې دوه الجبري افادې یو له بل سره ضرب کړو ددې له پاره په جمع کې د توزیعي خاصیت څخه په کار اخیستنې سره د لومړۍ افادې ټول حدونه په ترتیب سره د دویمې افادې په ټولو حدونو کې ضربوو.

لومړی مثال: د $x+2$ دوه حده د $x-1$ په دوه حده کې ضرب او د ضرب حاصل یې په لاس راوړئ.

$$\begin{aligned}(x+2)(x-1) &= x(x-1) + 2(x-1) \\ &= x^2 - x + 2x - 2 \\ &= x^2 + x - 2\end{aligned}$$

حل:

دویم مثال: د $(x+2)(x-2)$ افاده ساده کړئ.

$$\begin{aligned}(x+2)(x-2) &= x(x-2) + 2(x-2) \\ &= x^2 - 2x + 2x - 4 \\ &= x^2 - 4\end{aligned}$$

حل:

درېم مثال: د $(x-2)$ دوه حده د (x^3+5x-7) په درې حده کې ضرب او د ضرب حاصل یې پیدا کړئ.

$$\begin{aligned}(x-2)(x^3+5x-7) &= x \cdot x^3 + x \cdot 5x + x(-7) - 2x^3 - 2(5x) - 2(-7) \\ &= x^4 + 5x^2 - 7x - 2x^3 - 10x + 14 \\ &= x^4 + 5x^2 - 2x^3 - 17x + 14\end{aligned}$$

حل:

تمرین

د لاندې افادو د ضرب حاصل لاس ته راوړئ:

1) $-3n(2n^4 - 6n^2)$

2) $5ab(a^2 - ab + b^2)$

3) $-9k^3(2k^2 - 4k - 7)$

4) $(a+b)(x+y)$

5) $(x+1)(x^2 - x + 1)$

6) $(2a+3b)(2a - \frac{3c}{2})$

$$(10002)(9998) =$$

$$(10000+2)(10000-2)$$

$$=(10000)^2 - 2^2$$

آيا کولای شی د، 10002×9998
د ضرب لپاره یوه ساده او لنډه لار پیدا
کړئ؟

فعالیت

په لاندې جدول کې د A او B دوو الجبري افادو قیمت د X د مختلفو قیمتونو لپاره پیدا کړئ:

x	A = 3x(2x - 4)	B = 6x ² - 12x
3		
2		
-4		
0		
$\frac{1}{2}$		

- د A او B ترمنځ څه ډول اړیکې شته دي؟
- لاس ته راغلی رابطه په دوو نورو مثالونو کې وازمویئ.

له پورته فعالیت څخه کولای شو د A او B ترمنځ اړیکې په لاندې توګه په لنډ ډول بیان کړو:
دوه الجبري افادې چې د متحول د ټولو قیمتونو لپاره، تل سره مساوي وي یو مطابقت بلل کېږي.

فعالیت

- $202 \cdot 198 = ?$
 - $104 \cdot 96 = ?$
 - $32 \cdot 28 = ?$
- د ضرب لاندې عمليې د مطابقت په پام کې نیولو سره سرته ورسوئ.

• تش ځايونه ډک کړئ. a: $(a+b)(a-b) = \dots + \dots - \dots$

b: $(a-b)(a+b) = \dots + \dots - \dots$

• په پورته افادو کې $a = 200$ او $b = 2$ د مساوات په بڼې او کينډې خواو کې کښيږدئ د a او b اجزاو د ضرب حاصل يو له بل سره پرتله کړئ. کومه طريقه ساده ده؟

• بيا $a = 100$ او $b = 4$ د مساوات په بڼې او کينډې خواو کې کښيږدئ د a او b د ضرب حاصل يو له بله سره پرتله کړئ.

له پورته فعاليت څخه داسې پايله لاس ته راځي:

د دوو عددونو د مجموع او هم هغه دوو عددونو د تفاضل د ضرب حاصل مساوي دی دهم هغه دوو عددونو د مربعاتو له تفاضل سره لکه $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ چې د مربعاتو د تفاضل په نامه ياديږي.

مثال: دلاندې هرې افادې د ضرب حاصل پيدا کړئ:

a) $(x-5)(x+5)$

b) $(5x^2y^5+7)(5x^2y^5-7)$

c) $(2a^2+5a)(2a^2-5a)$

d) $(\frac{x}{4}-1)(\frac{x}{4}+1)$

$(x-5)(x+5) = x \times x + 5x - 5x - 5 \times 5$

حل a):

$= x^2 - 25$

$(5x^2y^5+7)(5x^2y^5-7) = (5x^2y^5)^2 - 7(5x^2y^5) + 7(5x^2y^5) - (7)^2$

b):

$= 25x^4y^{10} - 49$

$(2a^2+5a)(2a^2-5a) = (2a^2)^2 - (5a)^2$

c):

$= 4a^4 - 25a^2$

$(\frac{x}{4}+1)(\frac{x}{4}-1) = (\frac{x}{4})^2 - (1)^2$

d):

$= \frac{x^2}{16} - 1$

تمرین

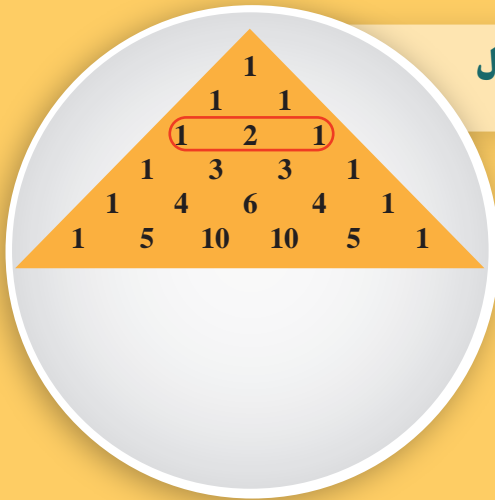
لاندې افادې ضرب او د دوه حده د مربعاتو د تفاضل په شکل يې وليکئ.

a) $(P-7)(P+7)$ b) $(\frac{1}{x}+1)(\frac{1}{x}-1)$ c) $(x+2)(x-2)$

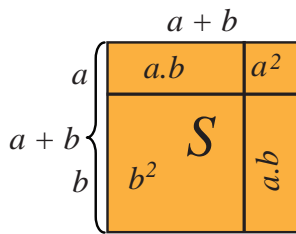
d) $(2x+5)(2x-5)$ e) $(49+1)(49-1)$ f) $(6x-y)(6x+y)$

د دوه حده افادو د جمعې او تفاضل مربع

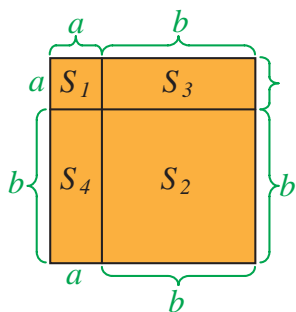
مخامخ عددې مثلث د پاسکال مثلث په نامه یادېږي ددې مثلث درېمه لیکه څه راښيي؟



فعالیت



- یوه مربع په پام کې ونیسئ چې د ضلعې اوږدوالی یې $a + b$ وي.
- د مربع مساحت په S سره وښیاست او قیمت یې ولیکئ.
- نوموړې مربع په داسې دوو مربعگانو چې مساحتونه یې a^2 او دوو مستطیلونو چې مساحتونه یې $a \cdot b$ وي د لاندې شکل په ډول ویشئ او هغه په S_1, S_2, S_3 او S_4 سره وښیاست.
- د مربع گانو او مستطیلونو د مساحتونو مجموعه ولیکئ.
- د اصلي یعنی لومړنۍ مربع مساحت د مربع گانو او مستطیلونو د مساحتونو له مجموعې سره څه ډول اړیکه لري؟
- لاسته راغلي رابطه په جمع کې د ضرب توزیعي خاصیت په کارولو سره وښیاست.



له پورته فعالیت څخه لیکلای شو:

د دوو حدونو د مجموع مربع مساوي دی د لومړي حد مربع جمع د لومړي او دویم حدونو د ضرب حاصل دوه برابره جمع د دویم حد مربع سره یعنی:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

لومړی مثال: د $(x+3)^2$ افادې ته پراختیا ورکړئ. $(x+3)^2 = x^2 + 2 \times 3 \times x + (3)^2$

$$= x^2 + 6x + 9$$

دویم مثال: د $(3x+5y)^2$ افادې ته پراختیا ورکړئ.

حل: د $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ مطابقت په کارولو سره لیکلی شو:

$$\begin{aligned} (3x+5y)^2 &= (3x)^2 + 2(3x)(5y) + (5y)^2 \\ &= 9x^2 + 30xy + 25y^2 \end{aligned}$$

دریم مثال: $(x+\frac{1}{2})^2 = x^2 + 2 \times \frac{1}{2}x + (\frac{1}{2})^2$

حل: که چېرې د $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ په مطابقت کې د b په ځای $(-b)$ کښیږدو نو یو

$$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - 2ab + b^2$$

نوی مطابقت لیکو.

د دوو حدونو د تفاضل مربع مساوي دی د لومړي حد مربع منفي او دویم حدونو د ضرب

حاصل دوه برابره جمع د دویم حد مربع لکه: $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

څلورم مثال: د $(x-1)^2$ افادې ته پراختیا ورکړئ.

حل: د $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ مطابقت په کارولو سره لیکلی شو:

$$(x-1)^2 = x^2 - 2(x)(1) + (1)^2$$

$$(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$$

پنځم مثال: د $(8x-\frac{1}{3})^2$ افادې ته پراختیا ورکړئ.

$$(8x-\frac{1}{3})^2 = (8x)^2 - 2(8x)(\frac{1}{3}) + (\frac{1}{3})^2$$

$$= 64x^2 - \frac{16}{3}x + \frac{1}{9}$$

تمرین

1- لاندې افادو ته د مطابقت په ډول پراختیا ورکړئ.

a) $(m+1)^2 = ?$ b) $(x+7)^2 = ?$ c) $(x+12)^2 = ?$ d) $(x+4)^2 = ?$

2- لاندې افادو ته پراختیا ورکړئ.

a) $(\frac{1}{x}-3)^2 = ?$ b) $(12x-5y)^2 = ?$ c) $(6x-\frac{1}{2})^2 = ?$

د الجبري افادو تجزيه

$2x + 3$
 $S_1 =$
 $6x^2 + 7x - 3$
 $3x - 1$
 ?
 $S_2 =$
 $3x^2 - 4x + 1$
 ?

تاسو تر اوسه وکړای شول د یوه مستطیل مساحت چې اوږدوالی یې $2x + 3$ او سور یې $3x - 1$ دی پیدا کړئ. آیا فکر مو کړی دی څرنگه کولای شو د مستطیل اوږدوالی او سور پیدا کړو په داسې حال کې چې مساحت یې $3x^2 - 4x + 1$ وي؟

فعالیت

$$(2x - 3)(2x + 3) = \dots - \dots$$

$$(3y + \dots)(3y - \dots) = 9y^2 - a^2$$

$$(\dots + \dots)(\dots - \dots) = 4x^2 - 9$$

$$(4y - 2x)^2 = \dots - \dots + 4x^2$$

$$(\dots + 2y)^2 = a^2 - 4ay + \dots$$

$$(\dots + \dots)^2 = 4x^2 + 12x + 9$$

تش ځایونه ډک کړئ.

په پورته فعالیت کې مو ولیدل چې ځینې وخت یوه الجبري افاده د ضرب په شکل په دوو الجبري افادو سره لیکلې شو:

د یوې الجبري افادې لیکل د دوو او یا څو افادو د ضرب په ډول سره تجزیه بلل کېږي.

لومړی مثال: د $4 - 16x^2$ الجبري افاده تجزیه کړئ.

حل: د مطابقت په کارولو سره لرو:

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$(2)^2 - (4x)^2 = (2 - 4x)(2 + 4x)$$

دویم مثال: د $25a^2 - 4b^2$ الجبري افاده تجزیه کړئ.

حل:

$$25a^2 - 4b^2 = (5a)^2 - (2b)^2$$

$$= (5a - 2b)(5a + 2b)$$

دریم مثال: د $x^2 + 12x + 36$ الجبري افاده تجزیه کړئ.

حل: پوهیږو چې:

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$x^2 + 2 \times x \times 6 + (6)^2$$

لیدل کیږي چې د لومړي او درېمو حدونو د جذرالمریغ د ضرب حاصل دوه برابره منځنی (دویم حد) حد راكوي نو پورتنی افاده د $(a + b)^2$ مطابقت شکل لري.

$$x^2 + 12x + 36 = (x + 6)^2 = (x + 6)(x + 6)$$

څلورم مثال: د $4a^2 + 28a + 49$ افاده د دوو قوسونو د ضرب په شکل ولیکئ.

$$(2a)^2 + 2 \times 2a \times 7 + (7)^2$$

حل:

لیدل کیږي چې د لومړي او درېمو حدونو جذرالمریغ د ضرب حاصل دوه برابره منځنی (دویم حد) حد راكوي نو پورتنی افاده د $(a + b)^2$ مطابقت شکل لري.

$$4a^2 + 28a + 49 = (2a + 7)^2 = (2a + 7)(2a + 7)$$

په پایله کې:

پنځم مثال: د $x^2 - 4x + 4$ الجبري افاده د دوو قوسونو د ضرب په شکل ولیکئ.

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$x^2 - 2 \times x \times 2 + (2)^2$$

حل:

لیدل کیږي چې د لومړي او درېمو حدونو جذرالمریغ د ضرب حاصل دوه برابره منځنی (دویم حد) حد راكوي نو پورتنی افاده د $(a + b)^2$ مطابقت شکل لري.

$$x^2 - 2 \times x \times 2 + (2)^2 = (x - 2)^2 = (x - 2)(x - 2)$$

په پایله کې:

تمرین

1- لاندې الجبري افادې تجزیه کړئ:

a) $49x - 16$

b) $m^2 - 36$

c) $49 - y^2$

d) $25 - x^2$

e) $x^2 y^2 - 64$

f) $\frac{1}{64x^2} - y^2$

2- لاندې افادې د $(a + b)^2$ او $(a - b)^2$ مطابقتونو په ډول په دوو قوسونو سره تجزیه کړئ.

a) $x^2 + 2xy + y^2$

b) $x^2 + 6x + 9$

c) $2a^2 + 4ab + b^2$

d) $4x^2 y^2 + 4xy + 1$

e) $b^2 - 12b + 36$

f) $4a^2 - 12ab + 9$

• د متحول مفهوم

کولای شو د عمومي قاعدې او قانون د بیانولو لپاره له تورو څخه کار واخلو او د تورو په مختلفو قیمتونو سره افاده مختلف قیمتونه غوره کوي چې په دې صورت کې تورو ته متحول ویل کیږي.

• مشابه یا ورته حدونه

هغه حدونه چې د هغو توپیر یوازې په ضربونو کې وي او ضربونه یې توپیر ولري، تورې او توانونه یې یو ډول وي مشابه حدونه بلل کیږي.

• الجبري افادې

د a^2 , $3x-4$, ab , $\sqrt{4a+b}$, $2a+b$ افادې چې د جمعې، تفریق، ضرب، وېش توان او جذر د عملیو له ترکیب څخه چې په کې عددونه، یو یا څو متحولین دي جوړې شوي وي، الجبري افادې بلل کیږي. کولای شو د یوې الجبري افادې قیمت د متحول دمختلفو قیمتونو لپاره پیدا کړو.

• د یوه حده افادې تعریف

هغه عددونه یا الجبري تورې، چې د ضرب، وېش، طاقت او جذر عملیو لاندې راغلی وي، یو حده الجبري افاده بلل کیږي.

• د یوه حده افادې ضرب

هغه عدد، چې په متحولینو کې ضربیږي د یوه حده افادې ضرب بلل کیږي.

• د دوو یو حده الجبري افادو ضرب کول

څرنگه چې په پورتنې فعالیت کې لکه $3x^3y^2$, $\frac{2y}{x}$, $2x^2y$, $4a^2b$ افادې د عدد او توان لرونکو متحولینو د ضرب څخه جوړ شوي دي، د یو حده او هغه عددونه چې په متحولینو کې ضرب شوي دي، د یوه حده ضرب بلل کیږي.

د یو حده په ضربولو کې لومړی باید د هغو ضربونه یو بل سره ضرب کړو او د مشابه متحولینو توانونه هم یو له بل سره جمع کوو.

یو حده: یوه الجبري افاده چې یوازې د ضرب او یا وېش په حالت کې وي یو حده افاده جوړوي.

$$\text{لکه: } \frac{3x^2y^2}{5ab} \text{ او } 2x^2y, \frac{3abc}{c^2}, \frac{3y^2}{3x^2}, 6ab^2, 4a^2b$$

● د یوې الجبري افادې وېش پر بلې باندې:

د یو حده افادو په وېش کې د کسرونو د ساده کولو له طریقې څخه کار اخیستل کېږي لومړی د یو حده افادې عددي ضربونه یو پر بل باندې وپشو او پاتې حدونه د توانونو د قوانینو څخه په کار اخیستنې سره ساده کوو.

● مطابقت:

● دوه الجبري افادې چې د مساواتو په دواړو خواو کې د متحول د ټولو قیمتونو لپاره تل مساوي وي، یو مطابقت بلل کېږي.

● د دوو عددونو مجموعه او د هماغه دوو عددونو د تفاضل د ضرب حاصل مساوي دی د هم هغو دوو عددونو د مربعاتو له تفاضل سره چې د مربعاتو د تفاضل په نامه یادېږي.

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

● د دوو حدونو د مجموع مربع مساوي دی د لومړي حد مربع جمع د لومړي او دویمو حدونو د ضرب

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

● د دوو حدونو د تفاضل مربع مساوي ده د لومړي حد مربع منفي د لومړي او دویم حدونو د ضرب حاصل دوه برابره جمع د دویم حد مربع:

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

1- لاندې پوښتنې په غور سره ولولئ د هرې پوښتنې لپاره څلور ځوابونه درکړ شوي دي سم ځواب يې وټاکئ او کرښه ترې تاو کړئ.

• يو عدد ضرب په خپل عدد کې جمع 6 عبارت دی له:

- a) $x^2 - 6$ b) $x + 6$ c) $x^2 + 6$ d) هيڅ يوه يې هم نه دی

• د $-5ab(4ac)$ د ضرب حاصل عبارت دي له:

- a) $-2a^2bc$ b) $-20a^2bc$ c) $2ab^2c$ d) $20a^2bc^2$
- د $\frac{4m^2n^2}{-4m^3n^2}$ د وېش حاصل عبارت دي له:

- a) m^{-1} b) $\frac{-1}{m}$ c) $-m^{-1}$ d) b او c ځوابونه صحيح دي

• که چېرې $x = \frac{1}{2}$ وي په دې صورت کې د $6x^3 - \frac{1}{2}$ افادې قيمت عبارت دی له:

- a) $-\frac{1}{4}$ b) 4 c) 4^{-1} d) $\frac{1}{4}x$
- $m^2 - 9n^2$ مساوي دی له:

- a) $(m - 3n)(m + 3n)$ b) $(m - 3n)(m - 3n)$
- c) $(m + 3n)(m + 3n)$ d) درې واړه غلط دي

2- لاندې جملې په غور ولولئ تش ځايونه يې په مناسبو کلمو او عددونو سره ډک کړئ:

• د الجبري افادو د ساده کولو لپاره يو له بل سره جمع او يا يو له بل څخه تفریقوو.

• $(a + b)^2 = \dots + 2ab + b^2$

• هغه عددونه يا الجبري تورې چې تر عمليو لاندې راغلي وي يو الجبري حد بلل کيږي.

• هغه عدد چې په متحولينو کې کيږي. د يوه حده ضريب بلل کيږي.

3- لاندې افادې سادہ کریئ:

$$\begin{array}{lll} a) 2b(-3c)^2 & b) (-6xy^2)(-ax^2y^2) & c) -3b^2(-2ab)(6a^2b) \\ d) -2a(-3ab)^2 & e) 4y^2(6xy) & f) (-2a^3)(-5ab^2) \end{array}$$

4- لاندې کسرونہ سادہ کریئ:

$$\begin{array}{lll} a) \frac{12x^2y^4}{2xy^3} & b) \frac{3ab}{-3a} & c) \frac{16r^3s}{-2rs} \\ d) \frac{-15xyz}{-3xy} & e) \frac{-5a^2b+10ab^2}{-5ab} & f) \frac{6x^2-4x^2}{-2x^2} \end{array}$$

5- سادہ یې کریئ:

$$\begin{array}{lll} a) 7a^3b^4c^2 - 8a^3b^4c^2 & b) 5x + y & c) 4a + 5b - 2c \\ & + 3x - 2y & + 4a - 3b - 2c \end{array}$$

6- لاندې ہرہ دوہ حدہ تجزیہ کریئ:

$$\begin{array}{lll} a) x^2 - 1 & b) x^2y^2 - 64 & c) \frac{4a^2}{b^2} - 25 \\ d) m^2 - 16a & e) x^2 - \frac{1}{4} & f) \frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{9}b^2 \\ g) 121 - y^2 & h) \frac{25a^2}{b^2} - \frac{36a^2}{d^2} & i) \frac{81}{a^2} - \frac{b^2}{49} \end{array}$$

7- د مطابقت پہ کارولو سرہ لاندې افادې سادہ کریئ:

$$\begin{array}{lll} a) \left(\frac{1}{2} + z\right)\left(\frac{1}{2} - z\right) & b) \left(\frac{a}{5} + \frac{1}{b}\right)\left(\frac{a}{5} - \frac{1}{b}\right) & c) (5a + 2b)(5a - 2b) \end{array}$$

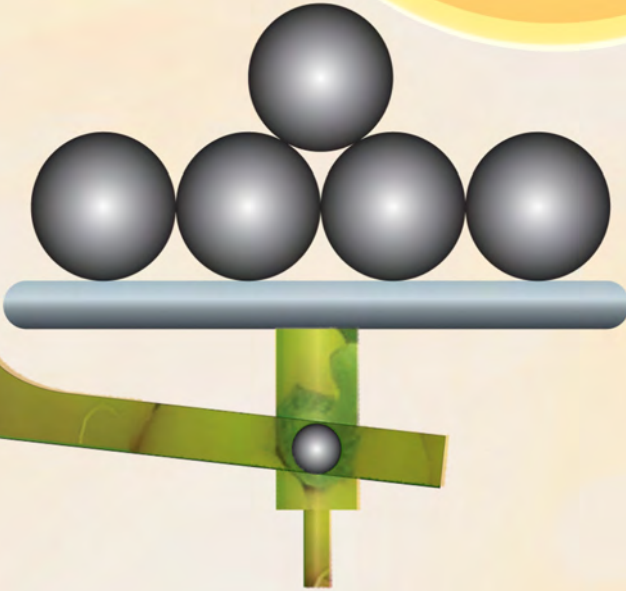
8- لاندې الجبري افادو تہ پراختیا ورکریئ:

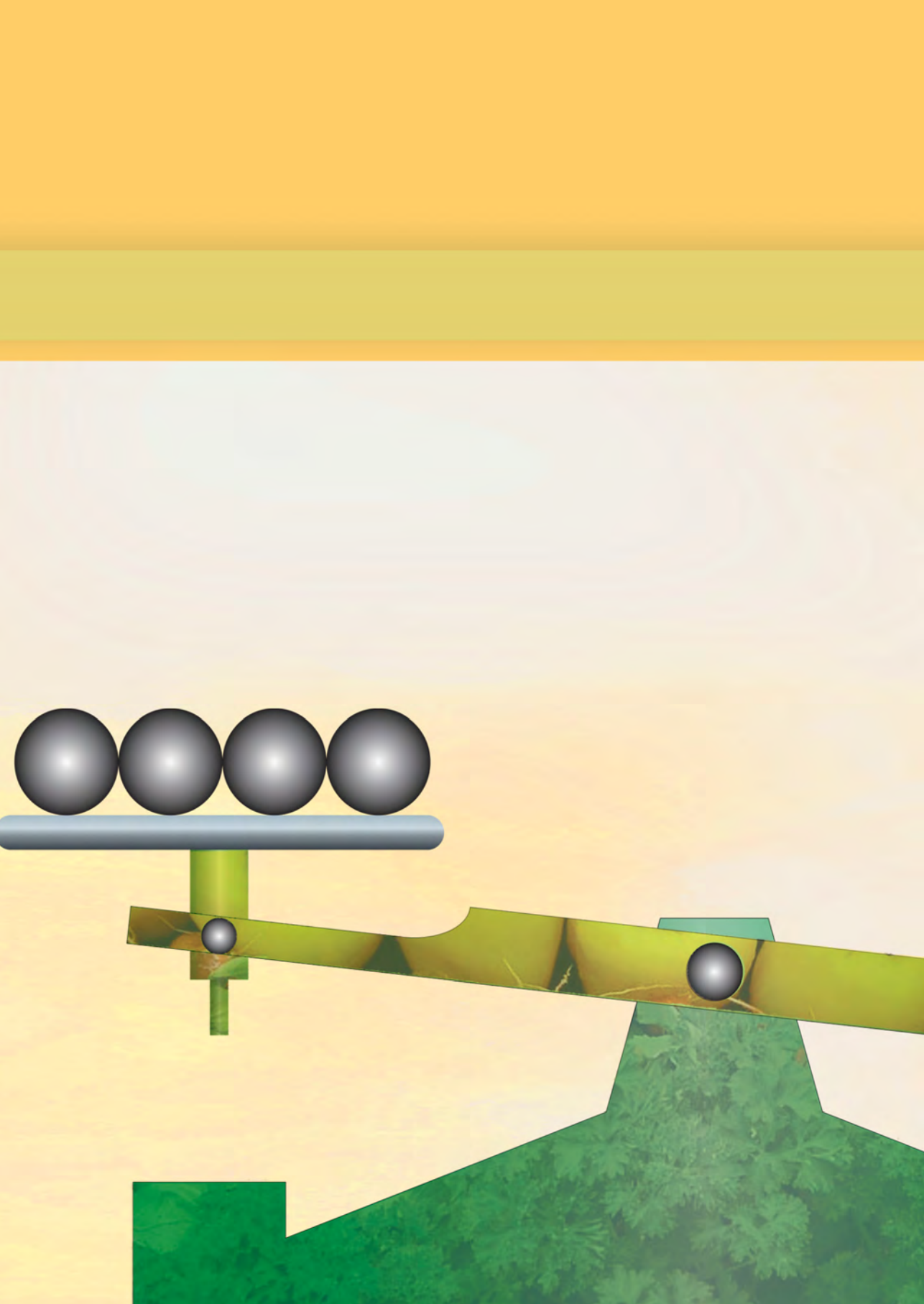
$$\begin{array}{lll} a) (m+1)^2 & b) (y-2)^2 & c) \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 \\ d) \left(b - \frac{5}{2}\right)^2 & e) (a+7)^2 & f) \left(m + \frac{1}{4}\right)^2 \end{array}$$

9- لاندې الجبري افادې تجزیہ کریئ:

$$\begin{array}{lll} a) 4x^2y^2 - 9z^4 & b) x^2 - 8x + 16 & c) a^2x^2 + 4axy + 4y^2 \end{array}$$

اتم فصل معادلي





د معادلې مفهوم



فهیمې په لاس کې دې څو افغانی دي؟
که د لاس له پېسو څخه دوه افغانی کمې
شي شل افغانی کیري.
زرغونه: پوه شوم چې اوس څو افغانی
لري.
فهیمه: څنگه پوه شوې چې زه څو افغانی
لرم؟

فعالیت

- زلمی وغوښتل له یوې هټې څخه یو کیلوگرام بوره راوینسي. هټیوال یوازې د 100 گرامو 150 گرامو، 250 گرامو، نیم کیلویي او د 2 کیلوگرام وزنونه درلودل.
- هټیوال زلمی ته په څه ډول بوره وتلي؟ د یو کیلوگرام بورې تللو لپاره کومه یوه لاندې طریقه سمه ده؟
 - هټیوال لومړی نیم کیلو بوره تلي، بیا د نیم کیلویي وزن د نیم کیلو تلل شوې بورې سره یو ځای د تلې په یوه پله کې ږدي او د تلې په بله پله کې یو کیلوگرام بوره تلي.
 - هټیوال دوه کیلوگرامه بوره تلي او بیا 2 کیلو تلل شوي بوره د تلې په دواړو پلو کې نیمایي کوي.
 - د پورته وزنونو په درلودلو تاسو کولای شئ د یو کیلوگرام بورې د اندازه کولو لپاره کومه بله طریقه وړاندې کړئ؟ د هرې طریقه په پای کې د تلې دواړه پلې نسبت یو بل ته څه ډول حالت لري په هره طریقه کې د تلې د دواړو پلو توکې یو له بل سره څه ډول نسبت لري؟
 - که چېرې د تلې په یوه پله کې یو نامعلوم تړلی وزن او یو کیلویي وزن او په بله پله کې یې د نیم کیلویي او دوه کیلویي وزنونه داسې کېښودل شي چې تله د تعادل او برابروالی حالت ولري. د تلې د پلو تعادل او برابروالی د یوې الجبري مساوات په واسطه وښایست؟
 - آیا گومان کولای شئ چې تړلې وزن څومره دی؟ په بل عبارت نامعلوم تړلی شی به څومره وزن ولري تر څو تله د تعادل حالت وساتي.

په پورته فعالیت کې د یوه کیلوگرام بورې د تللو او د مختلفو وزنو سره په تعادل کې راوړل د معادلې د مفهوم لپاره لاندې نتیجه په لاس راوړو.

تعريف

يو الجبري مساوات چې يو نامعلوم متحول ولري او د مجهول د ځينو قيمتونو لپاره صدق کوي معادله بلل کيږي، هغه عدد چې الجبري مساوات په يوه عددي مساوات بدلوي د معادلې حل يا ځواب بلل کيږي.

• هر هغه شی چې د معادلې په حل کې هغه ته قيمت پيدا کوو د معادلې مجهول بلل کيږي او هغه په X سره نښي.

مثال: که چېرې له يوه عدد سره د 5 عدد جمع شي له 15 سره مساوي کيږي، عدد پيدا کړئ؟
حل: هغه عدد چې غواړو پيدا يې کړو، يعنې مجهول ته X ووايو. نو پوښتنه داسې ده که چېرې له X سره د 5 عدد جمع شي 15 کيږي، يعنې: $x + 5 = 15$
هغه کوم عدد دی چې له 5 سره جمع شي او په پايله کې 15 لاس ته راشي؟
له پورته معادلې څخه کولای شو ووايو چې د 10 عدد دی يعنې:
 $x = 10$

اوس که چېرې د پوښتنې د ازمولو لپاره لاس ته راغلی عدد د $x + 5 = 15$ په معادله کې کښيږدو نو لرو:

$$x + 5 = 15$$

$$10 + 5 = 15$$

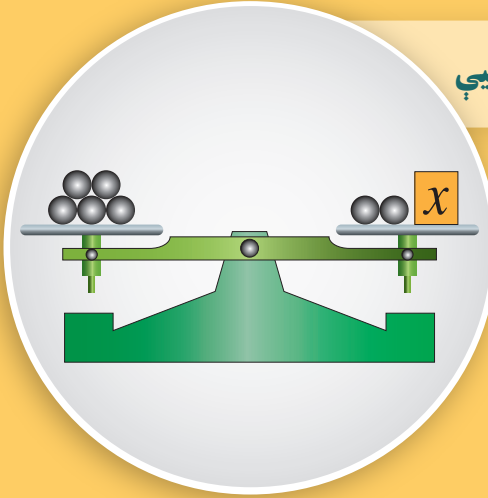
$$15 = 15$$

څرنگه چې عددي مساوات د $15 = 15$ صحيح دی له دې امله هغه د گوماني عدد ځواب د معادلې لپاره سم دی.

تمرین

- 1- که چېرې د يوه متساوي الاضلاع مثلث محيط (شاوخوا) مساوي د 9 واحد سره وي د يوه الجبري مساوات په واسطه د مثلث د ضلعو اوږدوالی پيدا کړئ.
- 2- که چېرې د يوه عدد سره 9 جمع شي 14 په لاس راځي، عدد کوم دی؟
- 3- د لوست په پيل کې د زرغونې او فهيمې ترمنځ خبرې شوي دي په يوه الجبري مساوات کې وليکئ.

په معادله کې د جمعې او تفریق عمليې



که چېرې یو نا معلوم وزن او دوه غونډاري د تلې په یوه خوا کې او په بله خوا کې 5 غونډاري داسې کېښودل شي چې د تلې خواوي سره برابري او مساوي وي. نامعلوم وزن د څو غونډارو سره مساوي کېږي؟ څه ویلای شی؟

فعالیت

- په پورتنی حالت کې د تلې تعادل په دې معنا دی چې د جسمونو وزن د تلې په دواړو پلو کې یو له بل سره برابر دی، نو که چېرې د کینې خوا نامعلوم وزن ته X ووايو، لاندې پوښتنو ته ځواب وویاست:
- هغه عبارت یا ریاضیکي افاده چې د تلې د تعادل لپاره 2 غونډارو او یوه مجهول وزن په یوه خوا کې او په بله خوا کې د 5 غونډارو څخه جوړېږي، ولیکئ؟
- که چېرې د تلې له دواړو پلو څخه 2 غونډاري واخیستل شي آیا د تلې تعادل پاتې کېږي؟
- د تلې له دواړو پلو څخه د غونډارو اخیستل د ریاضي له نظره یا د ریاضي په عملیه کې یو ډول دی؟
- دا چې د غونډارو په کمولو سره تعادل له منځه نه ځي دا عمل د ریاضي له نظره څه معنا لري؟
- که چېرې اوس د تلې په دواړو پلو کې 4 غونډاري چې سره مساوي او هم ډول دي، ورزیات شي څه پېښېږي؟

د پورته فعالیت سرته رسولو او لیدلو څخه لاندې پایله په لاس راځي:

که چېرې یو تله د تعادل په حالت کې وي او له دواړو خواو څخه عیني مقدار یا اندازه کمه شي او یا په دواړو پلو کې مساوي مقدارونه یا اندازې ورزیاتې شي، بیا هم تعادل پاتې کېږي. د ریاضي په اصطلاح کې چېرې د یوه مساوات له دواړو خواو څخه عیني عدد کم او یا له هغه سره هماغه عدد جمع کړو بیا هم د مساوات دواړه خواوي یو له بل سره مساوي پاتې کېږي. یعنې:

که چېرې $a = b$ وي، c هر حقیقي عدد لپاره:

$$a + c = b + c \quad \text{او} \quad a - c = b - c \quad \text{دي.}$$

له دې خاصیت څخه د معادلو په حل کې کار اخیستل کېږي.

لومړی مثال: د $x + 7 = 9$ معادله حل کړئ؟

پوهیږو که چېرې د معادلې له دواړو خوا څخه 7 تفریق کړو د معادلې په تعادل کې بدلون نه راځي، له دې امله:

$$x + 7 - 7 = 9 - 7$$

$$x = 2$$

$$x + 7 = 9$$

$$2 + 7 = 9$$

$$9 = 9$$

ازمایښت: که چېرې د معادلې حل یعنې 2 په راکړل شوی لومړی معادله کې د x

په ځای کېښودل شي، نو لرو:

څرنگه چې د مساوات دواړو خواوې سره مساوي دي، د معادلې حل یعنې $x = 2$ سم دی.

دویم مثال: د $x - 5 = 4$ معادلې حل په لاس راوړئ؟

حل: که چېرې د معادلې په دواړو خواو باندې 5 ورزیات کړو د معادلې په تعادل کې بدلون نه

$$x - 5 + 5 = 4 + 5$$

$$x = 9$$

راځي.

ازمایښت: د معادلې حل یعنې 9 په اصلي معادله کې د x په ځای ږدو:

$$x - 5 = 4$$

$$9 - 5 = 4$$

$$4 = 4$$

څرنگه چې د $4 = 4$ مساوات شتوالی لري له دې امله؛ $x = 9$ د معادلې حل دی.

تمرین

1- که چېرې په یوه عدد باندې 3 ورزیات کړو 15 په لاس راځي؛ عدد کوم دی؟

2- که چېرې له یوه عدد څخه 7 تفریق شي 13 په لاس راځي؛ عدد کوم دی؟

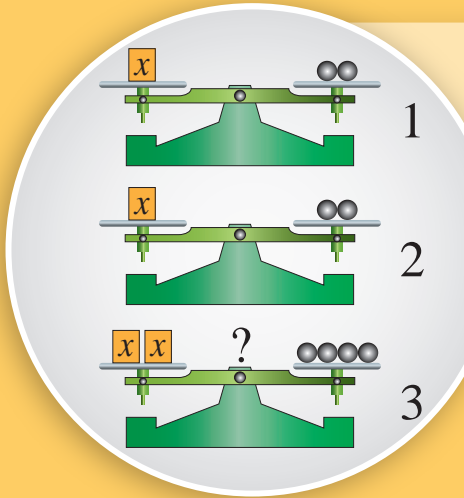
3- لاندې معادلې حل کړئ.

a) $x - 6 = 2$

b) $x + 4 = 1$

c) $2 + x = 3$

په معادله کې د ضرب او وېش عمليې



1 او 2 دوه تلې دي د دواړو تلو په يوه، يوه پله کې دوې مساوي غونډاري او په پاتې نورو پلو کې يې يو نامعلوم وزن دی، چې تلې د تعادل په حالت کې ساتي. که چېرې د تلو د لومړيو دوو پلو غونډارې په يوه دريمه پله او نامعلوم وزن په بله دريمه پله کې واچوو، د لاندې پوښتنې ځواب پيدا کړئ:

آيا دريمه تله به د تعادل په حالت کې وي او که نه؟

فعاليت

دريمه تله په پام کې نيسو ليدل کيږي چې د تلې په يوې خوا کې دوه مجهول وزنونه او په بله خوا کې يې 4 دانې مساوي غونډاري دي، خو بيا هم تله د تعادل په حالت کې ده. که چېرې مجهول وزنونه ته X ووايو. د لاندې پوښتنو د حل لپاره فکر وکړئ:

- د دريمې گڼې تلې د تعادل لپاره د رياضي افاده يا په بل عبارت الجبري بيان کوم دی؟
- که چېرې اوس غونډاري او وزنونه نيمايي کړو يوه برخه يې بيا د لومړۍ تلې په پلو کې او بله برخه يې د همدې دريمې تلې په پلو کې پاتې او کښيږدو. آيا بيا به هم په دې حالت کې لومړۍ او دريمه تله تعادل ولري؟
- د غونډارو او وزنونو نيمايي کول د رياضي له نظره څه معنا لري؟
- آيا دا فعاليت له دوو څخه د زياتو تلو لپاره هم سرته رسولای شو؟

کولی شو د پورته فعاليت څخه لاندې پايله بيان کړو:

که چېرې د تلې د دواړو خواو وزنونه په دوو يا زياتو مساوي برخو ووېشو او يا د تلې له دواړو خواو څخه نيمايي وزنونه واخلو بيا هم تعادل پاتې کيږي، ځکه د تلې د دواړو خواو وزنونه يو له بل سره مساوي دي. د رياضي له نظره که چېرې د يوه مساوات دواړه خواوې په يوه عدد کې ضرب او يا دواړه خواوې پرته له صفر څخه په يوه عدد ووېشو بيا هم مساوات دواړه خواوې يو له بل سره مساوي پاتې کيږي. په بل عبارت که چېرې $a = b$ وي نو د c هر حقيقي عدد لپاره ليکلی شو، $ac = bc$ دی. او د هر حقيقي عدد لپاره چې c د صفر خلاف وي، $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ دی.

مثال: د $3x = 6$ مساوات په پام کې ونیسئ او حل یې پیدا کړئ:

د پورته مساوات دواړه خواوي په 3 ویشو:

$$\frac{3x}{3} = \frac{6}{3} \Rightarrow x = 2$$

ازمونه: که چېرې $x = 2$ سره په راکړل شوي معادله کې کښیږدو نو لرو:

$$3 \times x = 6$$

$$3 \times 2 = 6$$

$$6 = 6$$

لیدل کیږي چې $x = 2$ د معادلې حل دی.

تمرین

لاندې معادلې حل کړئ؟

1) $4x = 2$

2) $x \div 5 = 12$

3) $3x = -6$

4) $\frac{-2}{x} = -4$

5) $\frac{x}{2} = 4$

6) $\frac{4}{x} = -2$

7) $x \div \frac{4}{3} = \frac{2}{3}$

لومړی درجه یو مجهوله عمومي معادله

$$4x + 8 = 0$$

$$4x = -8$$

$$x = ?$$

ښوونکي له زده کوونکو څخه وپوښتل: که چېرې د یوه عدد له څلور برابر (څلور چنده) سره 8 جمع شي له صفر سره مساوي کیږي. عدد کوم دی؟

فعالیت

- آیا د ښوونکي د پورته پوښتنې دحل لپاره د سم ځواب گومان کولای شي یا ځواب لری؟
- که چېرې غوښتل شوي عدد ته x ووايو، ایا کولای شئ پورتنی پوښتنه د ریاضي په یوې افادې کې ولیکئ؟
 - د هغه دحل د پیدا کولو یا د حل د طریقې لپاره څه ډول سوچ کوی؟
 - که چېرې د یوه عدد له 3 چنده څخه 9 تفریق شي نتیجه یې له صفر سره مساوي ده، ددې پوښتنې د ریاضيکي افاده ولیکئ؟
 - د دې معادلې د حل لپاره د څه ډول طریقې څخه کار اخلئ؟
 - که چېرې د یوه عدد په a چند باندي د b عدد ورزیات شي، نتیجه یې له صفر سره مساوي کیږي عدد خودی؟ (a او b حقیقي عددونه او a خلاف د صفر دی.)
- د پورته فعالیت د سرته رسولو سره لاندې پایله په لاس راځي:

پورته عملیو کې نامعلوم مقدار په x سره ښودل کیږي، کولای شو د هغه لپاره یو تساوي د x له مخې په لاس راوړو.

تساوي ته معادله او نا معلوم مقدار ته د معادلې مجهول ویل کیږي او هغې طریقې ته چې د مجهول د پیدا کولو لپاره په کار وړل کیږي د معادلې حل بلل کیږي.

د معادلې عمومي شکل له $ax + b = 0$ څخه عبارت دی چې په دې معادله کې، a او b حقیقي عددونه او a خلاف د صفر دی پورتنی شکل د معادلې معیاري یا سټنډرډ حالت بلل کیږي. د معادلې حل د ساده الجبري عملیو د سرته رسولو په واسطه گام په گام په لاندې توگه په لاس راوړو.

- د معادلې له دواړو خواو سره د مساوي مقدار جمع یا تفریق.

- د معادلې دواړه خوا وي په مساوي مقدار کې ضرب يا وېشل (پرتله له صفره).
د پورته عمليو او محاسبې په سرته رسولو سره داسې ځای ته رسيږو چې د معادلې مجهول د مساوات
يوې خوا ته او معلوم مقدار يې بلې خوا ته پاتې کيږي په دې ډول د معادلې حل په لاس راځي.

لومړی مثال: د $3x - 4 = 5$ معادله حل کړئ.

حل: لومړی 4 د معادلې له دواړه خواو سره جمع کوو:

$$3x - 4 + 4 = 5 + 4 \Rightarrow 3x = 9$$

اوس د معادلې دواړه خواوې په 3 ویشو:

$$\frac{3x}{3} = \frac{9}{3} \Rightarrow x = 3$$

دویم مثال: د $2(3x + 4) = -1 - 3x$ معادله حل کړئ.

$$2(3x + 4) = -1 - 3x$$

$$6x + 8 = -1 - 3x$$

$$6x + 3x + 8 = -1 - 3x + 3x$$

له دواړو خواو سره $3x$ جمع کوو

$$9x + 8 = -1$$

له دواړو خواو څخه 8 تفریقوو

$$9x + 8 - 8 = -1 - 8$$

$$9x = -9$$

دواړه خواوې په 9 وېشو

$$\frac{9x}{9} = \frac{-9}{9} = -1$$

$$x = -1$$

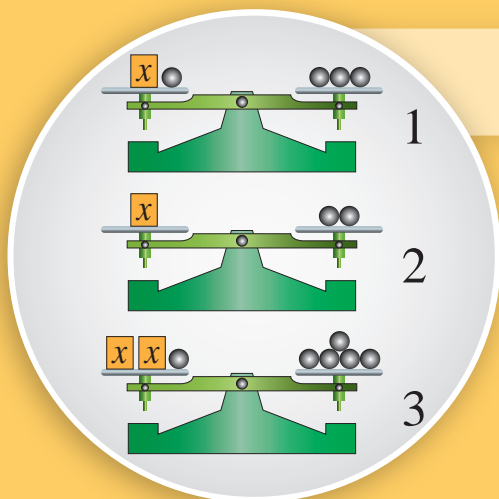
تمرین

1- د $x = -1$ معادلې حل، چې له پورته دویم مثال څخه په لاس راغلی دی په اصلي معادله کې وازمویئ.

2- د $2(2x + 3) = 2x - 2$ معادلې حل په لاس راوړئ؟

3- د $\frac{3}{2}(4x - 2) = 5x + 2$ معادله حل کړئ.

معادلي معادلې



په 1، 2، او 3 گڼو تلو کې څه شی وینئ؟
درې واړه تلې د تعادل په حالت کې دي؟
د تعادل څه ډول نور حالتونه د مساوي او برابر وزونونو د یو ځای کولو په واسطه، چې د دواړو خواوو پلې د تعادل په حالت کې وساتل شي کار اخیستلای شی، سوچ وکړئ.

فعالیت

لاندي جمله په پام کې ونیسئ.
که چېرې د یوه عدد له دوه برابره (دو چنده) څخه 4 تفریق شي 8 په لاس راځي، عدد کوم دی؟
که چېرې مجهول ته X وویو په دې صورت کې کولای شو پورتنی بیان د معادلې په شکل په لاندي ډول ولیکو:

$$2x - 4 = 8$$

• د پورته معادلې په پام کې نیولو سره لاندي فعالیت د جدول د تش ځایونو په ډکولو سره، سرته ورسوی:

گڼه	د معادلې په دواړه خواو باندې عمليې	لاس ته راغلي معادله	حل
1	معادله راکړل شوي ده	$2x - 4 = 8$	
2	د (1) گڼې معادلې له دواړه خواو سره X جمع کوو		
3	د (1) گڼې معادلې دواړه خواوي په 2 کې ضربوو		
4	د (1) گڼې معادلې دواړه خواوي په 2 وېشو		
5	1 گڼه معادله په معیاري ډول لیکو	$x - 6 = 0$	

• دا هره یوه معادله د الجبري ساده عملیو په واسطه په لاندي ډول په لاس راوړئ.
- له (1) گڼې معادلې څخه ← 2 گڼه معادله ← 3 گڼه معادله ← 4 گڼه معادله ← 5 گڼه معادله

له پورته فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راوړو:

پایله:

هغه معادلې چې مساوي حل لري معادلي، معادلې بلل کېږي. په یوه معادله باندې د الجبري ساده عملیو په سرته رسولو یو له بل سره معادلي معادلې منځ ته راځي. د معادلې د حل لپاره کوشن کېږي چې یو له بل سره د معادلو، معادلو طریقې په کارولو معادله په لاس راشي. د معادلې د مجهول د حل پیدا کولو لپاره باید ساده شکل ولري.

مثال: د $2x - 4 = 0$ معادله حل کړئ؟

له دواړو خواوو سره 4 جمع کوو:

$$2x - 4 = 0$$

$$2x - 4 + 4 = 0 + 4$$

$$2x = 4$$

دواړه خواوې په 2 وېشو:

$$\frac{2x}{2} = \frac{4}{2}$$

$$x = 2$$

ازمونه: پیدا شوی حل په راکړل شوي معادله کې ردو لرو چې:

$$2 \times 2 - 4 = 0$$

$$4 - 4 = 0$$

$$0 = 0$$

څرنگه چې د $0 = 0$ عددي مساوات شتوالی لري، له دې امله $x = 2$ د معادلې حل دی.

د معادلې پیدا شوی قیمت د $2x = 4$ په معادله کې ردو لیدل کېږي $2 \times 2 = 4$ نو د $2x = 4$

او $2x - 4 = 0$ معادلې، معادلي (منطقي) معادلې دي.

تمرین

1- د لاندې معادلو حل پیدا او وازموي؟

1) $\frac{(a-2)}{3} = 3$

4) $16 - 3t = 0$

2) $2(2x-1) = 4$

5) $3 - 4y = 2 - 6y$

3) $\frac{2}{5} + x = 1$

2- لاندې کومې معادلې یو د بل معادل دي؟

a) $\begin{cases} x+1 = \frac{x}{2} + 2 \\ \frac{x}{2} + 1 = x + 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x - 4 = 8 \\ 2x - 2 = 4 \end{cases}$

د معادلو تشکیلول (جوړښت)

$$\frac{1}{2}x - 5 = x - 25$$



عثمان: فرهاد ته څو کلن یې؟
فرهاد: که چېرې زما د پلار له نیمایي عمر
څخه 5 کم شي زما له عمر سره مساوي
کیري. هغه وخت چې زه پیدا شوم زما پلار
25 کلن وو.
عثمان: پوه شوم، چې ستا پلار 40 کاله او ته
15 کاله عمر لري.
آیا کولای شی ووایاست عثمان څرنګه پوه
شو چې فرهاد 15 کلن دی؟

فعالیت

- ورځنۍ حسابي پوښتنه په الجبري افادې باندې بدلوو. هڅه کوو چې د فعالیت په پای کې د معادلې د جوړښت او حل طریقه پیدا کړو.
- که چېرې د یوه عدد له دوه برابره سره د 4 عدد جمع شي له 16 سره مساوي کیري، عدد کوم دی؟
 - آیا پر پوښتنې باندې پوه شوی؟ څرنګه کولای شی هغه په یوه معادله باندې واړوی.
 - په معادلې باندې له بدلولو وروسته د هغه حل په لاس راوړئ؟
 - آیا په رښتیا سره ستاسو حل سم دی؟ وپې ازموی.

له پورته فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راځي:

- د یوې معادلې د جوړښت او حل د پیدا کولو لپاره د پورته فعالیت په پام کې نیولو سره لازمه ده چې
- لاندې ګامونه په پام کې ونیول شي:
- درک او پوهیدل.
 - د مجهول ټاکل او د نوم ایښودل.
 - له بیانې سره سم په ډیر غور د یوې معادلې جوړښت.
 - د پوښتنې حل، یا د مجهول د قیمت پیدا کول.
 - د پوښتنې ازمویل د پیدا شوي حل په واسطه.

مثال: که چېرې د رشاد د پیسو په دوه برابر 20 افغانۍ ورزیاتې شي نو د خوشحال له پیسو سره مساوي کيږي او که چېرې خوشحال 60 افغانۍ ولري د رشاد د پیسو اندازه څو ده؟

$$2x + 20 = 60$$

حل: د معادلې د جوړښت او حل پیدا کولو لپاره په لاندې توګه ګام په ګام پوښتنه حل کوو:

- د پوښتنې پوهیدل او د هغې لوستل په ډیر غور سره.

- د مجهول ټاکل، د رشاد د پیسو اندازه ده چې په X سره یې ښیو.

- د معادلې جوړښت: د رشاد د پیسو په دوه برابر (2X) باندې 20 ورزیاتې شي (2X+20)

د خوشحال د پیسو سره مساوي کيږي. $2x+20=60$

- د معادلې حل

$$2x + 20 = 60$$

$$2x = 60 - 20 = 40$$

له دواړو خواوو 20 تفریق کوو:

$$2x = 40$$

دواړه خواوې په 2 ویشو:

$$\frac{2x}{2} = \frac{40}{2}$$

$$x = 20$$

د رشاد د پیسو اندازه:

ازمونه: که چېرې د رشاد د پیسو په دوه برابر باندې 20 افغانۍ ورزیاتې کړو نو د خوشحال له پیسو

سره مساوي يعني 60 کيږي. چې دا پوښتنه هم سمه ده:

$$2 \times 20 + 20 = 60$$

$$40 + 20 = 60$$

$$60 = 60$$

څرنگه چې د $60 = 60$ مساوات شته، له دې امله پیدا شوی حل یا قیمت سم دی.

تمرین

- 1- که چېرې د یوه عدد له درې برابر څخه 5 تفریق شي. د 4 سره مساوي کيږي، عدد کوم دی؟
- 2- د زرغونې او ملالی د عمرونو د جمعې حاصل د 30 سره مساوي کيږي، که چېرې زرغونه د ملالی څخه 2 کاله لویه وي، ملالی څو کلنه ده؟

• معادله

معادله یو الجبري مساوات دی چې مجهول په کې د جمعې، تفریق، ویش او ضرب عملیو په واسطه یو له بل سره تړل شوي وي، معادله بلل کېږي. د معادلې په دواړو خواوو باندې د حسابي عملیو په کارولو سره د معادلې مجهول په لاس راځي.

• الجبري عمليې او معادله

که چېرې د هرې معادلې له دواړو خواوو سره یو عدد جمع، تفریق، یا دواړه خواوې (پرتله له صفره) په یوه عدد کې ضرب او پرې ووېشل شي په معادله کې کوم بدلون نه راځي.

• لومړۍ درجه یو مجهوله معادله

د $ax + b = 0$ ، $a \neq 0$ ، معادله په داسې حال کې چې a خلاف د صفر، x مجهول (او b حقیقي عددونه دي) لومړۍ درجه یو مجهوله معادله بلل کېږي.

پورتنۍ معادله د یو مجهوله خطي معادلې په نامه هم یادېږي او هره خطي معادله یوازې د $x = -\frac{b}{a}$ ، $a \neq 0$ حل لري.

• معادلي معادلې

هغه معادلې چې ورته او برابر یعنی مساوي ځواب ولري، معادلي معادلې بلل کېږي په یوې معادلې باندې د عملیو سرته رسول اود یوې ساده معادلې لاس ته راوړلو په صورت کې معادلي معادلې منځ ته راځي چې دواړه یو ډول یعنی مساوي حل لري.

د یوې معادلې د حل پیدا کولو لپاره هڅه کېږي چې د معادلو، معادلو پیدا کولو طریقي په کارولو سره چې لومړې د راکړل شوی معادلې ساده شکل چې د معادلې حل آسانوي د الجبري عملیو په واسطه بدلون ورکوي.

• د یو مجهوله خطي معادلې جوړښت

که چېرې وکولای شو ورځنۍ حسابي پوښتنې د یوې الجبري معادلې په ډول ترتیب کړو تر څو د هغې له مخې د معادلې حل پیدا کړو دا پراوونه د یو مجهوله خطي معادلې جوړښت ده چې د هغې حل مور ته راکوي. دا مسئله د عبارتې پوښتنو د معادلو د جوړښت په نامه یادېږي.

عمومي پوښتنې

د لاندې هرې پوښتنې لپاره څلور ځوابونه درکړل شوي دي له هر سم ځواب څخه کرښه تاو کړئ.

1- ددې معادلې $10 + x = 18$ حل عبارت دی له:

- a) -8 b) 8
c) 2 d) 4

2- ددې معادلې $12x + 2(5x + 22) = 0$ حل عبارت دی له:

- a) 0 b) 1
c) 2 d) -2

3- د پوښتنې معادلې د حل پړاوونه عبارت دي له:

- (a) درک او پوهېدل
(b) د مجهول ټاکل او د نوم اېښودل
(c) د پوښتنې حل، یا د مجهول د قیمت پیدا کول
(d) ټول صحیح دی

4- د دې معادلې $3x - 6 = 3$ معادل عبارت دی له:

- (a) $3x - 2 = 1$
(b) $x - 2 = 3$
(c) $x - 2 = 1$
(d) هیڅ یو

لاندې تش ځایونه په مناسب کلمو سره ډک کړئ.

1- یو الجبري مساوات چې د ځینو مجهولونو سره چې سمون وکړي..... یادیږي.

2- هغه معادلې چې لرونکي وي د په نامه یادیږي.

3- هر هغه شی چې د معادلې په حل کې هغه ته قیمت پیدا کوو د بلل کیږي.

له لاندې جملو څخه کومه یوه سمه او کومه یو غلطه ده؟ د سمې مخې ته د (ص) تورې او د غلطې مخې ته د (غ) تورې ولیکئ.

- 1 () که چېرې یوه تله د تعادل په حالت کې وي او له دواړو خواوو څخه عیني مقدار یا اندازه کمه شي او یا په دواړه پلو کې مساوي مقدارونه یا اندازې ور زیاتې شي، بیا هم تعادل پاتې کېږي.
- 2 () هغه معادلې چې د حل لرونکي وي د غیر تساوي معادلاتو په نامه یادېږي.
- 3 () یو الجبري مساوات چې د مجهولونو په ځینو قیمتونو کې صدق وکړي د معادلې په نامه یادېږي.

4 () که د معادلې دواړه خواوې په مساوي مقدار کې ضرب یا غیر له صفره ویشو په کې کوم توپیر نه پیدا کېږي.

لاندې سوالونه حل کړئ:

1- لاندې معادلې حل کړئ:

a) $t + 5 = 2$

b) $x - 9 = -5$

c) $x + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

d) $x - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$

2- د لاندې هرې یوې معادلې حل غوښتل شوی دی:

a) $6y = 2$

b) $-3x = -4$

c) $\frac{x}{2} + 1 = 2$

d) $\frac{3}{t} + 1 = 2$

e) $3(2y - 1) = x$

f) $\frac{1}{2}(4x - 1) = \frac{3}{2}$

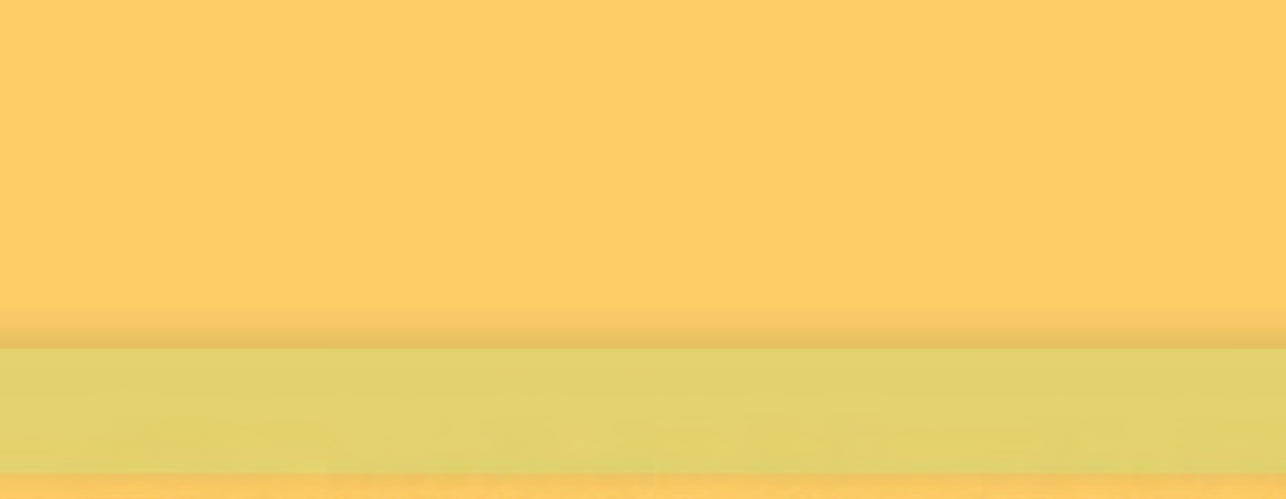
- 3- که چېرې د یوه عدد له 5 برابر څخه 2 تفریق شي له 3 سره مساوي کېږي، عدد کوم دی؟
- 4- که چېرې د یوه عدد په نیمايي باندې 4 ورزیات کړو له 8 سره مساوي کېږي، عدد کوم دی؟
- 5- د یوه متساوي الساقین مثلث ارتفاع مساوي له 6 واحده سره ده. د مثلث د قاعدې اوږدوالی پیدا کړئ، که چېرې د مثلث مساحت 9 واحد مربع وي؟
- 6- احمد 100 افغانۍ درلودې 6 دانې کتابچې یې راوینولې چې بیا هم د هغه سره 25 افغانۍ پاتې دي معلوم کړئ چې احمد هره کتابچه په څو افغانیو رانیولې ده.
- 7- د دوو عددونو مجموعه 30 ده که چېرې یو له هغو څخه 20 وي دویم عدد څو دی؟

- 8- د درې عدد له كوم عدد سره ضرب شي تر څو د ضرب حاصل مساوي له a سره شي؟
- 9- که چېرې د دوو عددونو تر منځ توپير 11 وي او کوچنی عدد x وي، لوی عدد به يې څو وي؟



نهم فصل

رابطه او تابع

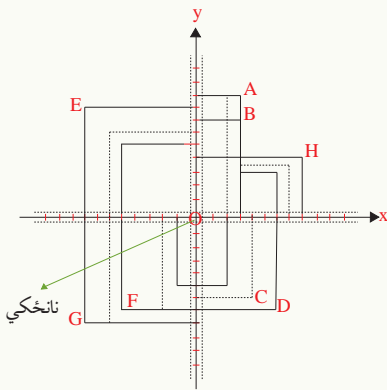


ټکي په مستوي کې:



آسمان له ستورو ډک دی.
د میاشتي څلورو خواو ته، یعنې شمال،
سوپل، ختیځ او لوېدیځ ته د ستورو ځایونه
څنګه ټاکلی شی؟

فعالیت



مخامخ شکل په پام کې ونیسئ، د O له ټکې څخه
داسې خطونه رسم شوي دي چې د O په ټکې کې
یو پریل عمود دي او هغوی د پورته، کښته، بڼی او
کین لورو ته په مساوي واحدونو سره په نښه شوي
دي. کوبښن وکړئ هغه ټکې چې په دې مخ کې
درکړ شوي د نانځکې لوری د هغو خواته کړئ او
لاندې فعالیت سرته ورسوئ:

• نانځکې ته د O له ټکې څخه د B خوا ته لورې
ورکړئ.

• آیا کولی شئ له O څخه د B لورې ته بله لنډه
فاصله پیدا کړئ؟

• پورتنی فاصلې یو له بله څه توپیر لري؟

• د F ټکې ته د رسیدلو لپاره فاصله داسې وټاکئ چې نانځکه یوازې، یو وارې کښې خواته د لورې
بدلون ولري.

• د F ټکې ته د رسیدلو لپاره فاصله وټاکئ چې نانځکه یوازې یو وارې بڼی خواته د لورې بدلون
ولري.

• پورتنی فاصلې د کومو عددونو له مخې ټاکلی شو؟

• د بڼی او کینو فاصلو په ځای له افقي محور څخه چې د O ټکې په صفر باندې منطبق او

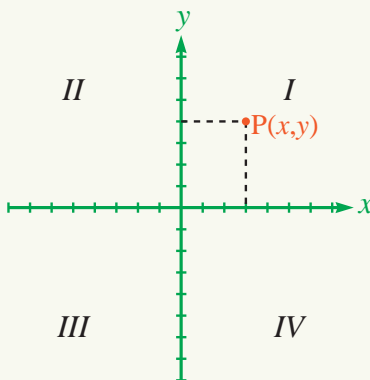
پروت دی. د پورته او کښته فاصلو لپاره له عمودې محور څخه لکه په شکل کې د O ټکي په صفر باندې منطبق او پروت دی، کار واخلي او نانځکه د C، D، G او H د ټکو خواته د متقاطع محورونو په پام کې نیولو سره لورې ورکړئ او ونښلوئ هغه جوړه عددونه چې د هر ټکي لپاره یې په لاس راوړئ، د هغو په واسطه لاندې جدول بشپړ کړئ.

ټکي	A	B	C	D	E	F	G	H
د افقي محور په مخ	3					-5		
د عمودې محور په مخ				-7				6

له پورته فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راځي:

په پورته فعالیت کې مو ولیدل چې مور نشو کولای د یوه مخ یا مستوي اختیاري ټکي یوازې د هغو عددې محورونو په مخ باندې وټاکو، چې موږ یې پیژنو. له دې امله یو بل عمودې محور ته اړتیا ده چې د هغه تعریف د لاندې سیستم په توګه چې دوه قائم محورونه دي وپیژنو.

تعریف



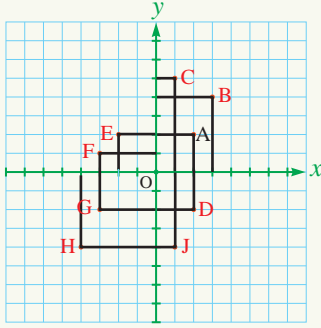
دوه محوره د XX' او YY' چې د O په ټکي کې یو پر بل باندې عمود دي، د قائمو مختصاتو سیستم بلل کېږي.

XX' د فاصلې د محور په نامه او YY' د ترتیب د محور په نامه یادېږي چې د (X, Y) هره ترتیب شوي جوړه د قائمو مختصات په سیستم کې د P یو ټکي ټاکي په داسې حال کې چې د XX' محور پر مخ باندې د ټکي فاصله یعنې X او د YY' محور پر مخ باندې د ټکي ترتیب یعنې Y ټاکي.

د مختصاتو د سیستم محورونه مستوي په څلورو برخو د I، II، III او VI باندې ویشي.

یادونه: غور وکړئ د $P(x, y)$ او $P'(x', y')$ ټکي یو له بله توپیر لري لکه د $A(3, 1)$ او $A'(1, 3)$ ټکي چې په مستوي کې دوه بیل ځایونه دي.

د $A(3, 1)$ ټکي یعنې 3 واحده ښي او یو واحد پورته خواته، خو د $A'(1, 3)$ ټکي یعنې 1 واحد ښي خواته او 3 واحده پورته خواته ښيي.



مثال: د لاندې ټکو فاصله او ترتیب چې د قایمو مختصاتو په سیستم کې درکړل شوي دي د مرتبو جوړو په توګه په تشریحي ډول په یوه جدول کې ولیکئ:

حل: د قایمو مختصاتو په سیستم کې د مرتبو جوړو په توګه د ټکو مختصات عبارت دي له:

C(1,5) B(3,4) A(2,2)
 F(-3,1) E(-2,2) D(2,-2)
 J(1,-4) B(-4,-4) G(-3,-2)

په لاندې ډول د جدول په توګه د پورتنیو ټکو په ښودنه په لاس راوړو:

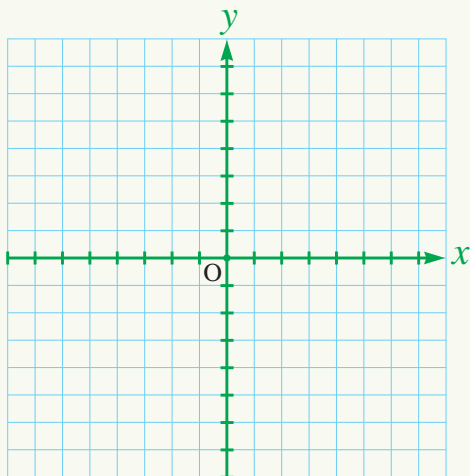
ټکي	A	B	C	D	E	F	G	H	J
x	2	3	1	2	-2	-3	-3	-4	1
y	2	4	5	-2	2	1	-2	-4	-4

تمرین

1- د لاندې مرتبو جوړو جدولې ښوونه ولیکئ:

A(5,5) , B(0,3) , C(-1,1) , D(2,-1)

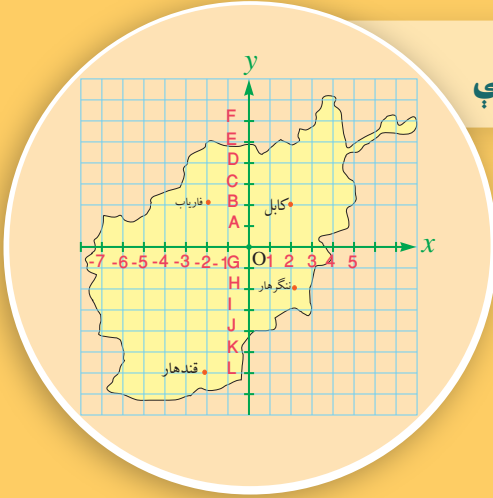
2- هغه ټکي چې د مرتبو جوړو مختصات يې $A(1, -1)$, $B(-3, 1)$, $C(-1, -2)$, $D(-5, -3)$ او $E(1, 4)$ دي ځايونه يې د قايمو مختصاتو په سيستم کې وټاکئ.



2- لاندې ټکي د قايمو مختصاتو په سيستم کې وټاکئ:

- a) $A(4, 5)$
- b) $B(-2, -4.5)$
- c) $G(0.5, 4)$
- d) $E(-7, 0)$
- e) $F(0, 4.5)$
- f) $K(0, 0)$

د یوه ټکي مختصات په مستوي کې



د افغانستان څلور ولایتونه وټاکئ
وویاست چې د کوم تورې او کوم عدد
په تقاطع کې واقع دي؟
آیا د هر تورې او عدد تقاطع د افغانستان
یوه نقطه یا یو ځای نښي؟

فعالیت

د قایمو مختصاتو سیستم رسم کړئ.

- محورونه د یو سانتي متر په اندازه سره ویشئ او هر واحد د ملي متر په توګه په نښه کړئ.
- 4 اختیاري نقطې د مختصاتو په سیستم کې په خپله خوښه په څلورو ناحیو کې په نښه کړئ. هڅه وکړئ د عمودي او افقي خطونو له مخې د XX او YY محورونو په مخ باندې د هغو مختصات وټاکئ.
- آیا ګومان کولی شئ چې د مستوي دوه بیل ټکي مساوي مرتبې جوړي لري؟
- آیا دا امکان شته چې دوه بیلې مرتبې جوړې په مستوي کې یو ځای یوه نقطه ونښي؟

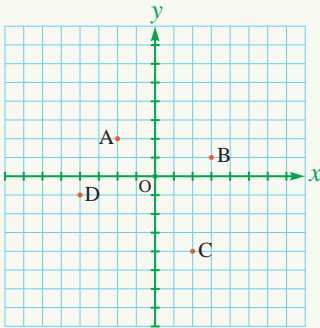
د پورته فعالیت له سرته رسولو څخه لاندې پایله په لاس راځي:

د قایمو مختصاتو په مستوي کې د P د هر ټکي لپاره یوازې د $P(x, y)$ یوه مرتبه جوړه او برعکس د (x, y) هرې مرتبې جوړې لپاره یوازې او یوازې د قایمو مختصاتو په مستوي کې د P یو ټکی وجود لري.

یادونه: د x محور په مخ باندې $y=0$ دی، لکه $(5, 0)$ او همدارنګه د y محور په مخ باندې $x=0$ دی، لکه $(0, 2)$.

مثال: د قایمو مختصاتو یو سیستم په پام کې ونیسئ.

(a) د هغو ټکو مختصات چې د مختصاتو په سیستم کې په نښه شوي دي د مرتبو جوړو په ډول یې په جدول کې ولیکئ.



(b) د $A(1, 2)$, $B(-3, 4)$, $C(-2, -4)$, $D(2, -2)$ او $E(4, 5)$ مرتبې جوړې د قایمو مختصاتو په سیستم کې وټاکئ او یو له بل سره یې ونښلوی.

حل:
(a)

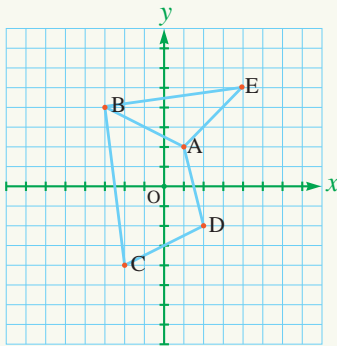
ټکې	A	B	C	D
x	-2	3	2	-4
y	2	1	-4	-1

$A(-2, 2)$

$B(3, 1)$

$C(2, -4)$

$D(-4, -1)$



(b)

تمرین

1- د ټکو مختصات په لاندې ډول د مرتبو جوړو په توګه درکړ شوي دي، د قایمو مختصاتو په سیستم کې یې وټاکئ او ټکې په ترتیب یو له بل سره ونښلوی:

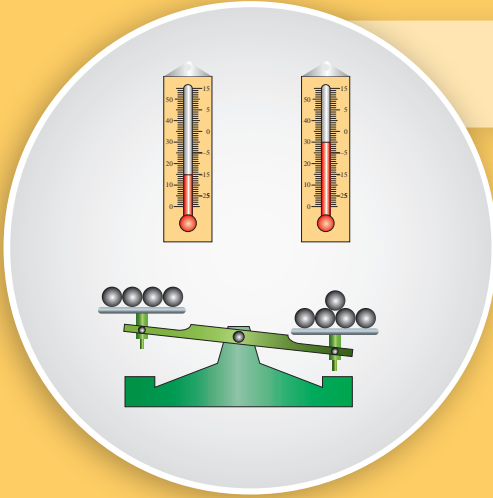
$P_1(1, 1)$, $P_2(2, -3)$, $P_3(3, 1)$, $P_4(4, -3)$, $P_5(6, -2)$ او $P_6(-4, -5)$

2- د لاندې ټکو مختصات پیدا کړئ:

(a) د XX' پر محور باندې یو ټکې چې له مبدا څخه ښي لورې ته د 6 واحدو په اندازه فاصله ولري.

(b) د YY' پر محور باندې یو ټکې چې له مبدا څخه ښکته لورې ته 5 واحده فاصله ولري.

مجهول او متحول



- د تلي تعادل په کوم وزن سره منځ ته راتلی شي؟
- آیا یوازې یو وزن دی چې تله د تعادل په حالت کې راوړلای شي؟
- په یو ه شپه او ورځ کې د تودوخې درجه ثابت ده که متحوله ده؟

فعالیت

لاندي مساوات، چې دوه تش ځایونه لري، په پام کې ونیسئ. تش ځایونه یو پر بل پسې داسې ډک کړئ چې لومړی د مساواتو لومړی تش ځای او بیا دویم تش ځای ډک شي.

$$\text{دویم تش ځای لومړی تش ځای} \\ 2 \times \square + \square = 9$$

- که چېرې په لومړي تش ځای کې د، 1 عدد ولیکل شي، د دویم تش ځای عدد به څو وي؟
- که چېرې په لومړي تش ځای کې د، 2 عدد ولیکل شي د دویم تش ځای عدد پیدا کړئ.
- آیا کولی شو په لومړي تش ځای کې هر عدد ولیکو؟
- آیا د لومړي تش ځای د بدلیدونکو قیمتونو (متحول) په وړاندې او د تېرو معلوماتو نه په ګټه د دویم تش ځای د عدد نوم واخلي؟

د پورته فعالیت څخه لاندي پایله په لاس راوړو:

- د لومړي تش ځای د عدد د ټاکلو لپاره مونږ دا امکان درلود چې د خپلې خوښې عدد وټاکو او د هغه لپاره اړیو چې د معادلې د مجهول د حل له مخې د دویم تش ځای قیمت په لاس راوړو.
- که چېرې په یوه مساوات کې د الجبري افادې یوه توري ته د مختلفو قیمتونو د ورکولو امکان موجود وي، نوموړي توري د متحول په نامه یادېږي.
- په عمومي توګه که چېرې متحول د اختیاري بدلونکو وړ نه وي مجهول بلل کېږي.

مثال: د $2x - y = 1$ په مساوات کې د x د متحول د قیمتونو له مخې په لاندې جدول کې د y مجهول قیمت په لاس راځي:
 د مثال په توګه: د $x = -3$ لپاره د $y = 2 \times (-3) - 1 = -7$ کیږي.

د x متحول قیمتونه	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
د y مجهول قیمتونه	-7	-5	-3	-1	1	3	5	7	9	0	-2

تمرین

1- یو متحول او یو مجهول یو له بل سره څه توپیر لري؟ په مثال کې یې څرګند کړئ.

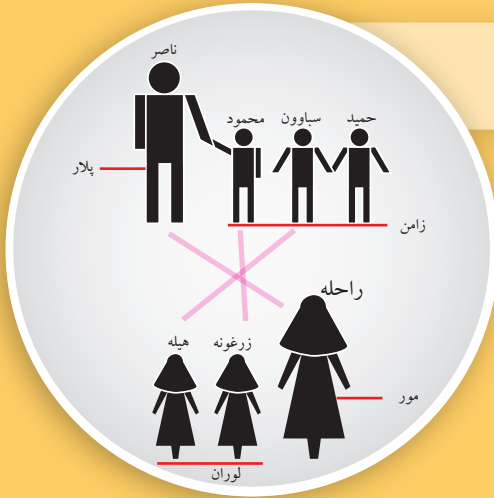
2- د هغو ټکو مرتبې جوړې چې د پورته مثال په جدول کې په لاس راغلي دي د مختصاتو په سیستم کې یې وټاکئ، نوموړي ټکي یو له بل سره ونښلوئ.

3- د $2x - y = 7$ په مساوات کې د x متحول لپاره ځینې قیمتونه درکړل شوي دي، په نوموړي مساوات کې د x قیمتونو په اېښودلو سره د y مجهول قیمت په لاس راوړئ:

x	-3	-2	-1	1	2
y					

رابطه

څوکه له چا سره څه ډول اړیکه یا
رابطه لري؟



فعالیت

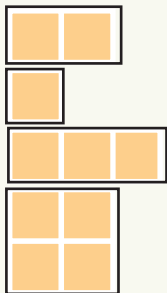
پورته شکل په پام کې ونیسئ، هغه اړیکې چې د بوې کورنۍ د غړو ترمنځ شته دي د هغو له مخې لاندې پوښتنو ته ځواب ورکړئ:

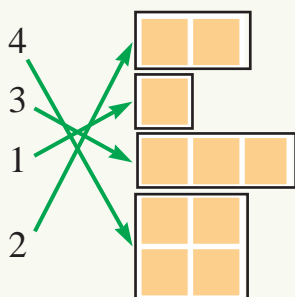
- راحله د ناصر مېرمن ده، حمید له ناصر سره څه اړیکې لري؟
- محمود د ناصر زوی دی، راحله او حمید څه رابطه لري؟
- هیله د سباوون خور ده، آیا سباوون د هیلې ورور دی؟
- زرغونه د هیلې خور او زرغونه د محمود خور هم ده نو هیله د محمود سره څه اړیکې لري؟
- د کورنۍ د غړو د اړیکو لپاره څو نور مثالونه چې د کورنۍ خپلوی وښیې، وویاست.

کولای شو د پورته فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راوړو؟

که چېرې د دوو شیانو، جسمونو او یا دوو سیتونو د عناصرو ترمنځ د ریاضي د عملیو په واسطه او یا د کومې ټولنیزې اړیکې ترمنځ شتوالي ولري رابطه بلل کېږي.

لومړی مثال: د 1، 2، 3 او 4 عددونو او مخامخ مربعگانو د شمېر ترمنځ یوه رابطه پیدا کړئ:





دویم مثال: که چېرې نسرين 26 کلنه او انجیلا 16 کاله عمر ولري د 5، 10 او 15 کلونو وروسته به نسرين او انجیلا څو کاله عمر ولري؟

د انجیلا عمر	16	21	26	31
د نسرين عمر	26	31	36	41

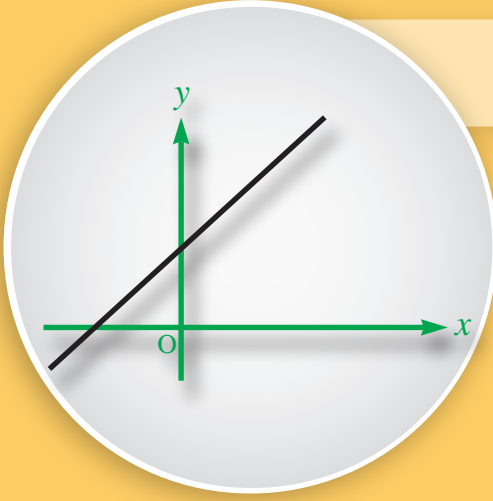
که چېرې د مختصاتو په سیستم کې د انجیلا د عمر گراف نظر د نسرين عمر ته رسم کړو نو یو مستقیم خط دی، له دې امله د انجیلا او نسرين د عمرونو ترمنځ رابطه یا اړیکه یوه خطي رابطه ده.

تمرین

1- د خپلو ټولگیوالو یو سیټ، چې 5 عنصره او هم د مختلفو میوو یوسیت، چې 5 عنصره ولري، جوړ کړئ د خپل هر ټولگیوال نوم د هغه دخوښې وړ میوې سره په جوړه ییز ډول په قوس کې ولیکئ.

2- د 1، 2، 3، 4، 5، 6 او 8 عددونو په پام کې ونیسئ، د مساوي رابطې په واسطه هغه عددونه پیدا کړئ چې جذرالمرع یې مساوي له یو پورتنی عدد سره وي لکه: $\sqrt{25} = 5$ دی.

خطی رابطه



که چہرې د یوې رابطې یا اړیکې گراف مستقیم خط وي د X او Y تر منځ رابطې یا اړیکې ته څه ووايو؟

فعالیت

محمود 20 کلن و چې نجلا لور یې وزیږیدله.

- کوم وخت چې نجلا په 7 کلنې کې ښوونځي ته شامله شوه ویلی شی چې محمود څو کلن وو؟
- کله چې نجلا 20 کلنه شي پلار به یې څو کلن وي؟
- د نجلا او پلار د عمر ونو په پام کې نیولو سره لاندې جدول بشپړ کړئ:

د نجلا عمر			7		15
د محمود عمر	20	23		29	

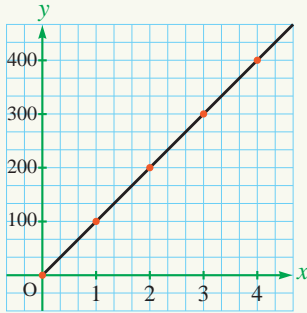
- د نجلا د عمر گراف نظر د محمود عمر ته د قایمو مختصاتو په سیستم کې رسم کړئ.
- که چہرې محمود 24 کلن وي، د گراف له مخې یې پیدا کړئ چې نجلا څو کلنه ده؟
- د محمود او نجلا د عمر ونو ترمنځ څه ډول رابطه یا اړیکه شته دی؟
- که چہرې د محمود عمر په Y او د نجلا عمر په X سره وښیو، د محمود او نجلا د عمر ونو ترمنځ رابطه یا اړیکه د یوې الجبري افادې په واسطه ولیکئ.

د پورته فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راوړو:

که چہرې د یوې رابطې یا اړیکې گراف مستقیم خط وي، په دې صورت کې د متحولینو تر منځ رابطه خطي رابطه بلل کیږي.

لومړی مثال: که چېرې د کابل او هرات تر منځ واټن په منځني چټکتیا سره په یوه ساعت کې 100Km ووهو څه ډول رابطه ده؟

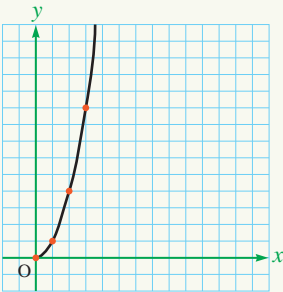
حل: لومړی د وهل شوي واټن رابطه نظر وخت ته په لاندې جدول کې لیکو:



وخت په ساعت	0	1	2	3	4
واټن په کیلومتر	0	100	200	300	400

که چېرې پورتنی مرتبي جوړي د وضعیه کمیاتو په سیستم کې په نښه او یو له بل سره ونښلوو، لیدل کیږي چې یو مستقیم خط منځ ته راځي. له دې امله د منځني چټکتیا او وهل شوي واټن تر منځ رابطه یوه خطي رابطه ده.

دویم مثال: د یوې مربع د اضلاعو د اوږدوالی او مساحت ترمنځ رابطه په پام کې ونیسئ، ددې لپاره که چېرې د مربع ضلع په a او مساحت یې په a^2 سره ونښو، a د مختلفو قیمتونو لپاره د مساحت مختلف قیمتونه په لاس راوړو چې په لاندې جدول کې لیکل شوي دي.



a د مربع ضلع	1	2	3	4	5
a^2 د مربع مساحت	1	4	9	16	25

پورتنی ټکي د وضعیه کمیاتو په سیستم کې وټاکئ او گراف یې رسم کړئ. آیا گراف یې یو مستقیم خط دی؟ آیا دا یوه خطي رابطه ده؟ نه: دا ډول رابطې چې a یعنې د ضلعي اوږدوالی او a^2 یعنې د مربع مساحت خطي نه دی چې د غیر خطي رابطې په نامه یادېږي.

تمرین

1- د یوه فنر اوږدوالی چې وزن ورباندې ځوړند دی، 10cm دی، که چېرې m کیلوگرامه وزن ورباندې ځوړند کړو د فنر اوږدوالی د $L = 10 + 0.5 \times m$ رابطې په واسطه په لاس راځي.

(a) د 4 کیلوگرامه وزن لپاره د فنر اوږدوالی څومره دی؟

(b) په فنر باندې څومره وزن ځوړند شي چې د فنر اوږدوالی 15 سانتي مترو ته ورسېږي؟

2- د یوه نوي زیږیدلي مار اوږدوالی 30 سانتي متره دی. که چېرې هر کال په منځني توګه د نوي زیږیدلي مار اوږدوالی 22 سانتي متره زیات شي نو په څومره وخت کې به د نوموړي مار اوږدوالی 96 سانتي متره شي؟

د خطي رابطو جوړښت



د 100 پوکنيو پلورل به څومره گټه ولري؟

فعاليت

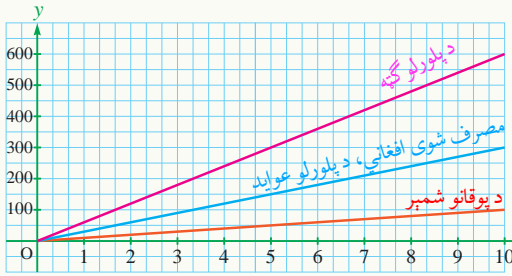
ددې لپاره چې احمد د خپل قلم او کاغذ پېسې پيدا کړي د خپلې مور په سلا سره تصميم نيسي چې په ښار کې له غرمې وروسته هوايي پوکني وپلوري که چېرې احمد د 100 دانو پوکنيو د رانيولو لپاره 260 افغانۍ ورکړي او برسیره پر هغه 20 افغانۍ د ډوډۍ خورلو او 20 افغانۍ د ترانسپورت کرایه ورکړي په دې صورت کې تصميم نيسي چې هره پوکني په 6 افغانیو وپلوري. د پوښتنې د ارزونې لپاره دا موضوع د رياضي له ښوونکي سره گډه او ښوونکي هغه ته مشوره ورکوي تر څو د پوکنيو د شمېر معادلې نظر ټول مصرف او گټې ته د پلورلو له مخې جوړ او د دواړو حالتو گرافونه یو له بل سره پرتله کړي. د گراف د تحليل او پوښتنې په ارزونه کې د ځوابونو د فعاليت په بشپړولو کې له احمد سره مرسته وکړئ.

- د څو دانو پوکنيو له پلورلو وروسته د پلورلو عواید له ټول لگښت سره مساوي کيږي؟
- د ټول جدول مصرف چې د 100 دانو پوکنيو لپاره چې ټولې 300 افغانۍ لگېدلی دي بشپړ کړئ:

د پوکنيو شمېر	0	10	30	40	60	70	100
لگېدلی افغانۍ	0	30	60	150	240	270	

- که چېرې x د پوکنيو شمېر او y د لگښت اندازه وي د پوکنيو د لگښت الجبري رابطه په لاس راوړئ او گراف يې د قايمو مختصاتو په سيستم کې رسم کړئ.
- لکه د ټول لگښت جدول د پلورلو لاندې جدول د پوکنيو د پلورلو عوایدو له مخې بشپړ کړئ.

د پوکنيو شمېر	0	10		40		70	90	100
لگښتې افغانۍ	0		60		150		240	
د پلورلو عوايد	0	60		180		360		
د پلورلو گټه	0		60					



• د گرافونو د تقاطع په ټکي کې گټه او لگښت يو له بل سره څه ډول رابطه يا اړيکه لري؟
 • څو دانې پوکني وپلورل شي تر څو د پلورلو او لگښت اندازه سره برابره شي؟ دا غوښتنه د گراف له مخې څه معنا ورکوي.

له پورته فعاليت څخه لاندې پايله په لاس راوړو:

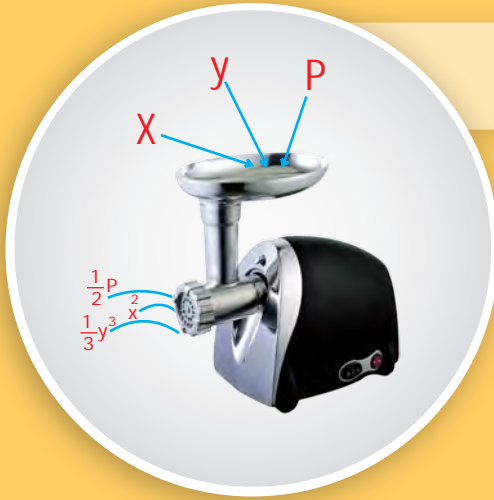
د دوو خطي معادلو حل، د هغو د گراف د تقاطع له نقطې څخه عبارت دی ځکه چې په هغو کې X او Y يعني فاصله او ترتيب په دواړو معادلو کې مساوي يا يو ډول دي.

تمرین

1- يو رستوران د يو شرکت لپاره ډوډۍ پخوي. دا رستوران 1000 افغانۍ يو کال مخکې او سربېره پر هغه په هره مياشت کې 600 افغانۍ غوښتي دي. بل رستوران د مخکني غوښتنې پرته د مياشتې 850 افغانۍ غوښتي دي. لاندې جدول بشپړ کړئ.

کب	سلواغه	مرغومی	لندی	لړم	تله	وږی	زمری	چنگاښ	غبرگولی	غویی	وری	مياشتې
												لومړی رستوران
												دویم رستوران

دې دوو رستورانونو ته د پېسو ورکولو گراف د قايمو مختصاتو په يو سسټم کې رسم کړئ که چېرې 6 مياشتې ډوډۍ وغواړو کوم يو رستوران زموږ په گټه دی.



• که چېرې د یوه موټر چټکتیا $50 \frac{\text{Km}}{\text{h}}$

وي:

- په دوو ساعتونو کې څومره واټن وهي؟
- په درې ساعتونو کې څومره واټن وهي؟

• آیا ویلای شئ چې د هر وخت لپاره یو ځانگړی واټن په یوه ټاکلی چټکتیا پورې اړه لري؟

فعالیت

اوس د یوه موټر د چټکتیا او وهل شوي واټن تر منځ رابطه نظر وخت ته په پام کې نیسو:
• که چېرې یو موټر د $60 \frac{\text{Km}}{\text{h}}$ په ثابتې چټکتیا سره حرکت وکړي، لاندې جدول د درکړل شوي وختونو په پام کې نیولو سره د وهل شوي فاصلې لپاره بشپړ کړئ:

t	5sec	10sec	15sec	20sec	25sec	30sec
X						

• د لاس ته راغلو مرتبو جوړوو لپاره که چېرې پورته رابطه د قایمو مختصاتو په سیستم کې، په داسې حال کې چې وخت یعنې د t لپاره عمودي محور او د X وهل شوی واټن لپاره افقي محور په پام کې ونیسو د هغو گراف رسم کړئ.

• آیا ویلای شئ چې د هر راکړ شوي وخت لپاره یو ځانگړی واټن وجود لري؟
• که چېرې په پورته رابطه کې t یو مستقل متحول وي په دې حالت کې د کوم کمیت قیمتونه د هغه تابع دي.

له پورته فعالیت څخه لاندې تعریف لاس ته راوړو:

- د دوو سیټونو د عناصرو تر منځ داسې یوه رابطه، چې د متحول هر قیمت لپاره یو ځانگړی قیمت یا د متحول هر قیمت د یوه عدد سره ارتباط ولري تابع، بلل کېږي.

- د قیمتونو ناحیه چې مستقل متحول په کې قیمتونه اخلي د تعریف ناحیه یا دومین (Domain) بلل کېږي.

د ناحیې هغه قیمتونه، چې د تعریف د ناحیې څخه د مجهول لپاره په لاس راځي، د ناحیې د قیمتونو یا د کودومین (Codomain) په نامه یادېږي.

که چېرې د یوې تابع د تعریف ناحیه A او د قیمتونو ناحیه B وي په دې صورت کې y تابع د x بلل کېږي او داسې لیکل کېږي: $y=f(x)$

مثال: د $f(x) = 2x + 1$ تابع د $-2, 1, 4, -6$ قیمتونو په واسطه وښایاست چې f یوه تابع ده.

حل: په تابع کې د راکړل شوو قیمتونو په اېښودلو سره د تابع قیمتونه په لاندې ډول په لاس راځي:

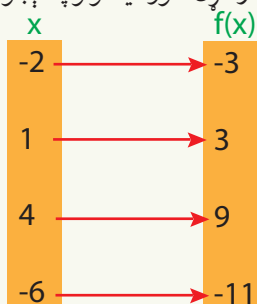
$$f(x) = 2x + 1$$

$$f(-2) = 2(-2) + 1 = -3$$

$$f(1) = 2(1) + 1 = 3$$

$$f(4) = 2(4) + 1 = 9$$

$$f(-6) = 2(-6) + 1 = -11$$



له پورته شکل څخه ښکاري چې د تعریف په ناحیه کې د متحول د هر قیمت لپاره یو قیمت د قیمتونو په ناحیه کې شته دي نو د تابع د تعریف له مخې f یوه تابع ده او لاندې پایله په لاس راږو: هره الجبري افاده چې د $y = ax + b$ شکل ولري یا په بل عبارت هره خطي رابطه د تابع په نامه یادېږي.

مثال: که چېرې د $4, 9$ او 16 قیمتونه د $f(x) = \sqrt{x}$ تابع لپاره درکړل شوي وي آیا f یوه تابع ده او که نه؟

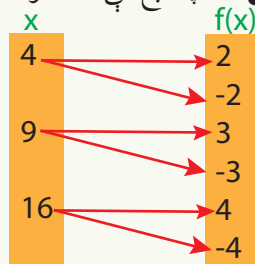
حل: د f په تابع کې د متحول د قیمتونو په اېښودلو سره د تابع قیمتونه په لاس راږو:

$$F(x) = \pm\sqrt{x}$$

$$F(4) = \pm\sqrt{4} = \pm 2$$

$$F(9) = \pm\sqrt{9} = \pm 3$$

$$F(16) = \pm\sqrt{16} = \pm 4$$



په پورته شکل کې لیدل کېږي چې د x د سټ د هر عنصر لپاره د $f(x)$ په سیټ کې دوه قیمتونه دي، نو له دې امله د تابع د تعریف له مخې f یوه تابع نه ده.

تمرین

آیا د $f(x) = \frac{4}{3}x$ تابع د $0, 1, 2, 3$ او -3 درکړل شوو قیمتونو لپاره یوه تابع ده؟

ټکی په مستوي کې: کولای شو د قایمو وضعیه کمیاتو د یو سیستم په واسطه یو ټکی تعریف کړو چې د (X, Y) دوو مختصو په واسطه چې د فاصلې او ترتیب په نامه یادېږي وټاکل شي.

د قایمو مختصاتو سیستم: دوه عمود محورونه د XX' او YY' چې یو بل د O په ټکی کې قطع کوي د قایمو مختصاتو سیستم په نامه یادېږي، او د (X, Y) هرې مرتبې جوړې سره د مستوي یو ټکی اړیکې لري.

د X ټکی د فاصلې او Y د ترتیب په نامه یادېږي، د هغو قیمتونه د محورونو له مخې چې په مساوي واحدونو سره ویشل شوي دي، ټاکل کېږي.

په مستوي کې د یوه ټکي مختصات: د قایمو مختصاتو په یوه مستوي کې د P هر ټکي یوازې د $P(X, Y)$ یوه مرتبه جوړه عددونه او برعکس (سرچپه) د قایمو مختصاتو په مستوي کې د $P(X, Y)$ هره مرتبه جوړه عددونه یوازې د P یو ټکي ټاکلی شي.

مجهول او متحول: که چېرې په یوه مساوات کې د الجبري افادې د یوه جز د بدلون امکان یو عدد او یا بل هر عدد سره شتون ولري متحول بلل کېږي.

که چېرې په کلې ډول متحول د خوښې سره سم اختیاري بدلون منونکي نه وي، مجهول بلل کېږي.

رابطه یا اړیکه: که چېرې د دوو شیانو، جسمونو یا د دوو سیټونو د عناصرو ترمنځ د ریاضي د عملیو په واسطه او یا د کومو ټولنیزو اړیکو د تړون ترمنځ شتوالی ولري رابطه بلل کېږي.

خطي رابطه: که چېرې د یوې رابطې گراف مستقیم خط وي په دې صورت کې د متحولینو تر منځ خطي رابطه بلل کېږي.

د خطي رابطو جوړښت: د هغو خطي رابطو شمېر چې گرافونه یې یو مستقیم خط جوړ کړي او د شفاهي وینا په واسطه وویل شي د الجبري افادې د رابطو په واسطه ښودل کېږي او حل یې پیدا کېږي، دا ټول پړاوونه د خطي رابطو جوړښت په نامه یادېږي چې په حقیقت کې په ورځني ژوند کې د خطي معادلو تطبیق کول دي.

تابع: د دوو سیټونو د عناصرو تر منځ رابطه یا اړیکه څرنگه چې په نوموړي اړیکه کې د متحول د هر قیمت لپاره د تابع یو قیمت څرگندوي نو په دې صورت کې د تابع په نامه یادېږي.

1- لاندې درکړل شوي ټکي دقايمو مختصاتو په سيستم کې وټاکئ:

$$D(-1,4) \quad C(4,-1) \quad B(3,-5) \quad A(1,5)$$

2- د 3 ټکو مختصات داسې پيدا کړئ چې د مساوي ترتيب لرونکي خو نوموړي ټکي يو پر بل باندې پراته نه وي.

3- دمتساوي الساقين مثلث د راسونو مختصات پيدا کړئ چې يو راس يې د $y = 5$ د y پر محور باندې او دوه نور راسونه يې د x پر محور باندې وي، په داسې حال کې د قاعدې اوږدوالی 9 واحد دې؟

4- د $A = \{1, 2, 3, 4\}$ او $B = \{5, 6, 7, 8\}$ سيټونو د عناصرو ترمنځ يوه اړيکه يا رابطه دگراف په واسطه رسم کړئ.

5- د A له سټ څخه د B سټ ته د هر عنصر لپاره يوه رابطه د " $<$ " نښې په واسطه تعريف کړئ د درکړل شوو سيټونو په پام کې نيولو سره په 4 مثال کې د A او B سيټونو د عناصرونو لپاره د " $<$ " نښې په واسطه مثال وليکئ؟ (مثلا $1 < 5$ دی) آیا برعکس رابطه هم شتوالی لري.

6- لاندې معادلې حل کړئ:

a) $5x - 5 = 5$

b) $3x + 8 = 23$

c) $7x - 2 = 19$

d) $x + \frac{1}{2} = 4$

7- نرگس له خپلې مور څخه 25 کاله کوچنی ده. که چېرې د نرگس او مور د عمرونو مجموعه 41 کاله وي، نرگس څو کلنه ده؟

8- زلمي او نصير 36 ټوکه کتابونه ولوستل، که چېرې زلمي له نصير څخه 6 ټوکه زيات لوستلي وي معلوم کړئ چې هر يوه څو ټوکه کتابونه لوستلي دي؟

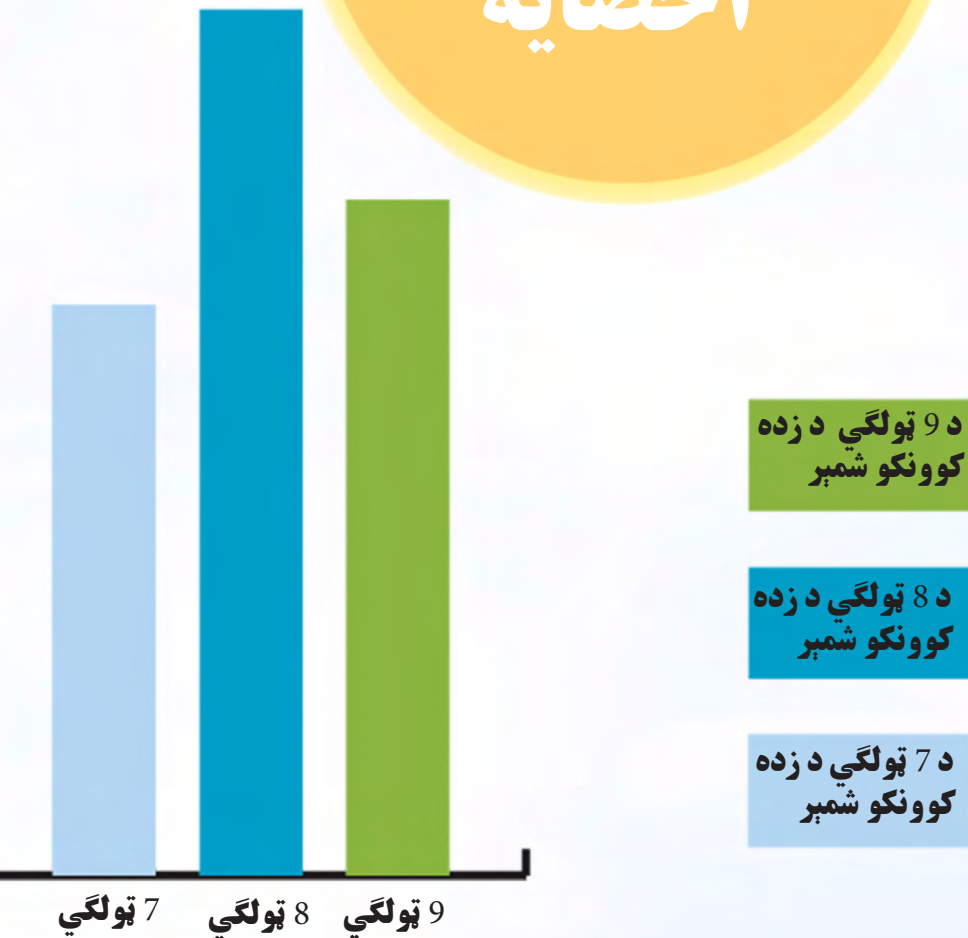
9- يو توپ ټوکر 30 متره دی، 7 جوړې کالې يې ورڅخه گڼدلي دي که چېرې 2 متره ټوکر ورڅخه پاتې وي نو د هرې جوړې کاليو لپاره څومتره ټوکر مصرف شوي دي؟

10- که چېرې د يوه عدد له 3 برابر سره د 4 عدد زيات شي د 10 سره مساوي کيږي عدد څو دی؟

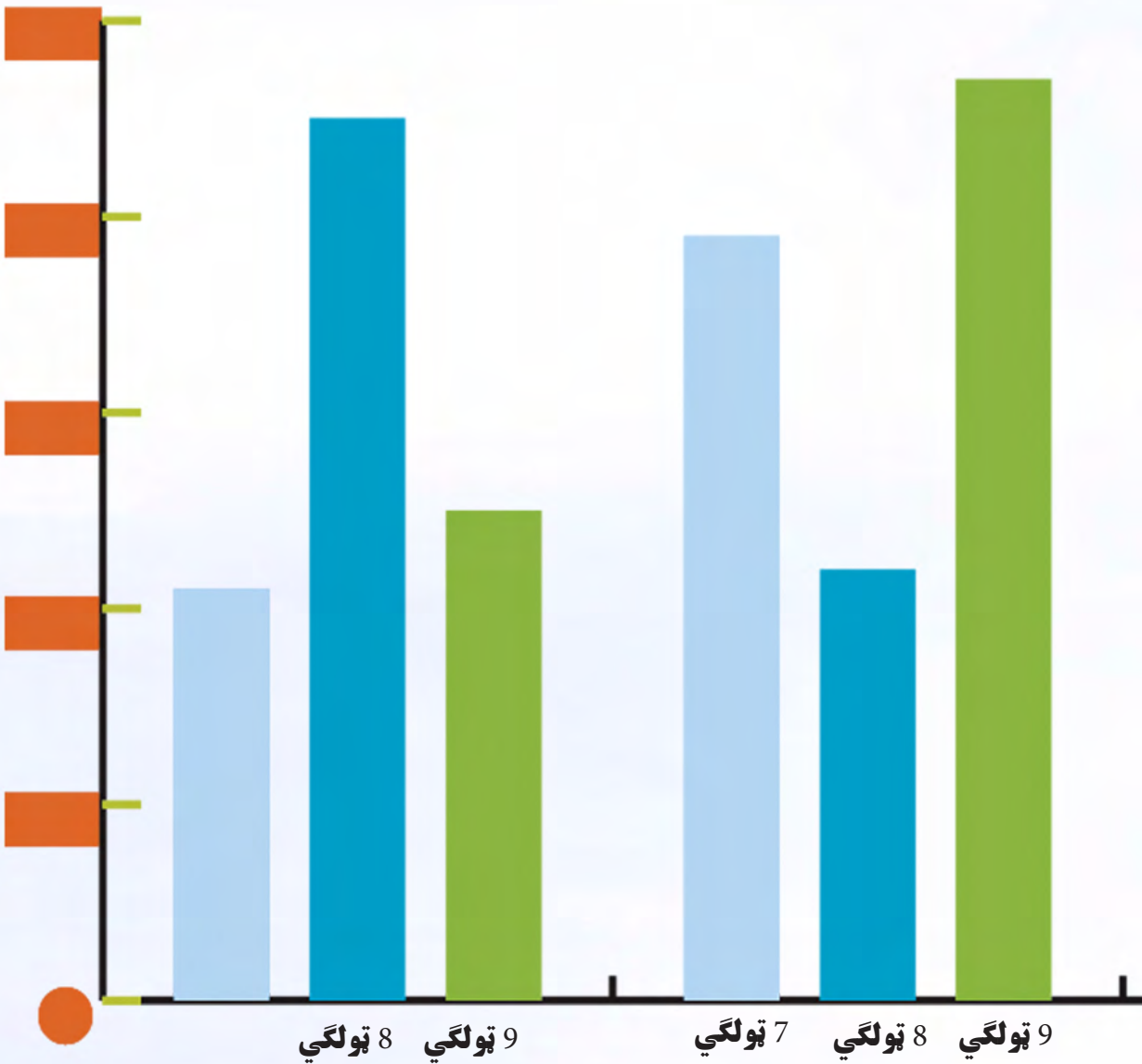
11- که چېرې د يوه عدد له دوه برابر څخه 5 منفي شي مساوي د خپل عدد سره کيږي عدد کوم دی؟

لسم فصل

احصايه



د زده کوونکو شمېر





د منفصلي ډيټا د کثرت جدول

يو سړی غواړي له کابل نه مزار شريف ته لاړ شي. د لارې په اړوند له يوه لاروي نه معلومات غواړي.

لاروی: له کابل نه کاريزمير ته، له کاريزمير نه قلعه مراد بېک، له قلعه مراد بېک نه سراي خواجې، ...، له چاريکار نه جبل السراج ته او ...،

اوريدونکی ددې معلوماتو په اورېدو گيچ شو.

آيا لاروي نه شو کولای چې دغه ځواب له جزباتو پرته ورکړي؟

فعاليت

د رياضي په مضمون کې د يوه ټولگي د زده کوونکو نمې په دې ډول ليکل شوی دي:

42	25	30	35	48	67	59	51	58	88
82	77	48	56	75	78	72	91	56	43
94	53	57	63	82	100	42	95	47	20
59	40	62	12	75	26	76	92	83	96

- که وغواړو چې د پورتنیو معلوماتو د کثرت جدول جوړ کړو، آيا دا به ښه پرېکړه وي چې د دې کار لپاره له 1 نه تر 100 پورې نمې وليکو آيا ستونزه شته؟
- لاندې جدول بشپړ کړئ:

صنف	f
9 تر 0	
19 تر 10	
29 تر 20	2
39 تر 30	
49 تر 40	
59 تر 50	
69 تر 60	
79 تر 70	
89 تر 80	
100 تر 90	

- د هغې دیتاگانو (راکړل شوو معلوماتو) نومونه واخلئ چې د جدول په پنځم صنف کې راتلای شي.
- د جدول د دویمې کرښې دیتا یعنې څه؟
- که پورتنی دیتاگانې نه وی، آیا ویلای شو د هغو دوو تنو نمې، چې د 11 او 20 ترمنځ دي، څو دي؟
- څو بېلابېلې دیتاگانې په هر صنف کې شاملیدای شي؟

کله چې د دیتاگانو شمېر زیات وي او یا په جدول کې د دیتاگانو د کثرت عدد ډیر کوچنی او یا صفر وي، په دې صورت کې د مجزا د کثرت جدول ډېره مرسته نه شي کولای او یا د هغه د جدول جوړول هم ډېر گران دي، نو ځکه په دې حالت کې د صنف بندۍ په ډول د کثرت له جدول څخه گټه اخلو. په دې صورت کې د هر صنف کثرت دا رابنۍ چې په صنف کې څو دیتاگانې شاملې دي، څو موږ نه شو ویلې چې هغه کومې دي.

صنف	شمېر f
0 – 49	13
50 – 59	8
60 – 69	3
70 – 79	6
80 – 89	4
90 – 100	6

مثال: د پورتنیو معلوماتو په رڼا کې لاندې جدول بشپړ کړئ:

لومړۍ صنف څه شی درښی؟

له کوم جدول څخه گټه اخیستل به ساده وي؟

که د یوه زده کوونکي نمې 62 وي په کوم صنف کې راتلای شي؟

په دویم صنف کې د 50 او 59 عدد څه شی رابنۍ؟

حل: لومړی صنف د هغه شمېر زده کوونکو نمې رابنۍ چې نمې

یې له 50 څخه لږې دي او یا نه دي بریالي شوي.

که وغواړو چې پوه شو څو زده کوونکي نه دي بریالي شوي دویم جدول

زموږ کار یو څه اسانه کوي، ځکه د لومړي جدول د پنځو صنفونو

معلومات په یوې کرښې کې په لنډ ډول لیکل شوي دي.

د 62 عدد په درېم صنف کې راغلی دي.

په دویم صنف کې 50 د ډېر کوچني عدد او 59 د ډېر لوی عدد بنکارندوی دی چې په نوموړي

صنف کې راتلای شي.

تمرین

د لاندې دیتا د کثرت (frequency) جدول بشپړ کړئ.

10	8	20	30	40	10
12	14	25	35	30	18
14	15	17	28	29	37
صنف	1 – 9	10 – 19	20 – 29	30 – 39	
شمېر f					

د کثرت د جدول د اجزاو خاصیتونه



له هغې وروسته چې ښوونکي د ټولگي زده کوونکي په درېو (ښه، منځنۍ، او ضعیفو) ډلو (صنفونو) وویشل، د ښې ډلې (صنف) یو زده کوونکي چې 98 نمرې یې درلودلې پوښتنه وکړه، آیا زه له هغه چا سره په کورس کې یو شان یم؟ چې 82 نمرې لري؟

فعالیت

د تېر شوي لوست په رڼا کې د یوه زده کوونکي د ریاضي د مضمون نمرې او د کثرت جدول په پام کې ونیسئ.

ددې ټولگي ښوونکي غواړي زده کوونکو ته نصیحت وکړي چې د مضمون د ښو پایلو د لاسته راوړلو لپاره شخصي کورسونه ونیسي.

ددې کار لپاره ټولگي په درېو (ضعیف، متوسط، ښه) ډلو (صنفونو) وویشی او لاندې جدول بشپړ کړئ:

د زده کوونکو حالت	شمبر f
0 - 59 : ضعیف	
60 - 79 : متوسط	
80 - 100 : ښه	

• د 60 او 80 عددونه څه شی را ښيي؟

• څو بیلابیلې نمرې په دویم صنف کې راتلای راشي؟

• دا عددونه د 80 او 60 له توپیر سره پرتله کړئ؟

• د هغو زده کوونکو نمرې چې د 80 او 100 ترمنځ دي په

کوم صنف کې پرتې دي؟

• آیا دغه کورس چې زده کوونکي په کې گډون کوي، له هغه کورس سره یو شان دی چې د دویمې

صنف زده کوونکي په کې گډون کوي؟

• آیا هغه کورس، چې یو زده کوونکي د 83 نمرو په درلودلو سره په هغې کې گډون کوي له هغه

کورس سره، چې د 93 نمرو په درلودلو سره په کې گډون کوي او هغه زده کوونکي چې 93 نمرې

یې اخیستې دي، یو شان دي؟

د نمرو ترټولو هغه لږ مقدار چې کولای شي په یوه صنف کې راشي ټیټ سرحد او ترټولو ډېر مقدار

ته یې لوړ سرحد وایي، هغه ډیټا چې په یوه صنف کې راتلای شي د هغه صنف د وسعت (پراخوالي)

په نامه يادېږي. د يوه صنف د پراخوالي د پيدا کولو لپاره کولی شو چې د هغه صنف لوړ سرحد څخه **ټيټ سرحد منفي کړو.**

پورتنی فعالیت دا راښيي کومې ډيټاگانې چې په يوه صنف کې راځي د احصايې له پلوه موږ ته کوم خاص توپير نه لري کولای شو هغه ټولې ډيټاگانې يو شان په نظر کې ونيسو او د يو شان ښودلو لپاره يې د هر صنف له اوسط څخه گټه اخلو .

د رياضي نمري	شمبر f	د صنف ووسط
0 - 49	4	$\frac{0+49}{2} = 24.5$
50 - 59	2	$\frac{50+59}{2} = 54.5$
60 - 69	7	$\frac{60+69}{2} = 64.5$
70 - 79	10	$\frac{70+79}{2} = 74.5$
80 - 89	9	$\frac{80+89}{2} = 84.5$
90 - 100	8	$\frac{90+100}{2} = 95$

مثال: د يوه ټولگي درياضي د مضمون نمري په لنډه توگه مخامخ ليکل شوي دي.

آيا د برياليتوب او پاتې والي له پلوه هغه هلک چې 12 نمري يې تر لاسه کړي وي له هغه زده کوونکي سره کوم توپير لري چې 25 يا 48 نمري يې اخيستي وي؟

د لومړي، دويم او دريم صنف پراخوالی (وسعت) پيدا کړئ.

حل: هغه زده کوونکو چې 12، 25 او 48 نمري اخيستي دي، د برياليتوب له پلوه يو تر بله کوم توپير نه لري، ځکه ټول بريالي شوي نه دي.

$$50 - 0 = 50 = \text{د لومړي صنف وسعت}$$

$$60 - 50 = 10 = \text{د دويم صنف وسعت}$$

$$70 - 60 = 10 = \text{د دريم صنف وسعت}$$

کولای شو چې د هر صنف لپاره داسې ووايو:

څلور تنو زده کوونکو 24,5 نمري، 2 تنو 54,5 نمري، 7 تنو 64,5 نمري، 10 تنو 74,5، 9 تنو 84,5 نمري او 8 تنو 95 نمري اخيستي دي.

دا ضرور نه ده چې د هر صنف وسعت دې يو تر بله مساوي وي. د صنف پراخوالی په دې پورې اړه لري، چې صنف بندي د کوم مطلب لپاره کوو او څه معلومات ترې اخيستي شو. لکه د تېر شوي مثال په صنف بندي کې مو وغوښتل چې د شخصي کورس زده کوونکي په درې برخو ووېشو.

تمرین

لاندي جدول بشپړ کړئ:

د هر صنف ډيټا	صنف	د صنف پراخوالی	د صنف ووسط
16, 16.5, 17, 17.5	16 - 18		
18, 18.5, 19.5, 20	18 - 20		

ډله ييز (جمعي) کثرت



څنگه پوهېدلای شو چې د زمري د مياشتې تر پايه څو ورځې رخصتي لرو؟

فعاليت

د کال مياشتې	جمعي او د رخصتيو ورځې	دريم ستون
وری		
غويی		
غبرگولي		
چنگاښ		
زمری		
وړی		
تله		
لړم		
ليندی		
مرغومی		
سلواغه		
کب		

د بوې کلیزی په مرسته لاندې جدول ډک کړئ:

• د وري په مياشت کې څو ورځې رخصتي

لرو؟

• د غويي په مياشت کې څو ورځې رخصتي

لرو؟

• د غبرگولي په مياشت کې څو ورځې

رخصتي لرو؟

• د کال له پيل څخه د غبرگولي تر پايه څو

ورځې رخصتي لرو؟

• د پورتنی کثرت د جدول دريم ستون داسې

ډک کړئ چې په هر رديف کې د هماغه صنفونو کثرت او د مخکنيو صنفونو کثرت يو له بل سره

جمع شوی وي.

- آیا ددې ستون به مرسته په اسانۍ سره ویلای شئ چې د غبرگولی تریایه خو ورځې رخصتې لری؟
 - په درېم ستون کې د کرښې وړستی عدد څو دی؟ دغه عدد څه شی رانښی؟
- په پورتنی فعالیت کې د هرې میاشتې د رخصتو ورځو شمیره د مطلق کثرت په نامه یادېږی. د دغې دورې تریایه د رخصت ورځو شمېره د ډله ییز کثرت په نامه یادېږی. د هر صنف ډله ییز کثرت مساوی دی د هغه صنف د مطلق کثرت او د هغې د مخکینیو صنفونو د مطلق کثرت مجموعې سره.

مثال: یوې کار خانې اعلان وکړ، که چېرې زموږ د کار خانې په جوړو شوو توکو کې که کومې

مطلق کثرت (د مسترد شوو کالیو شمېر)	وروسته له بلورلو میاشتې
3	10 - 13
6	13 - 16
7	16 - 19
4	19 - 22

ستونزې پیدا شوې، پلورونکي کولای شي چې دغه توکې د بیا جوړولو لپاره بیرته کارخانې ته راواستوي. دغه جدول د هغو پلورل شوو توکو شمېره رانښی چې د جوړولو لپاره بیرته کار خانې ته استول شوي دي.

16 میاشتې وروسته خو توکې د جوړولو لپاره کارخانې ته استول شوي دي؟ د 16 او 19 میاشتو ترمنځ څو توکې د بیا جوړولو لپاره استول شوي دي؟

حل: ډله ییز (تجمعي) کثرت یې پیدا کوو. د دویم سطر په پام کې نیولو سره وینو چې په لومړیو 16 میاشتو کې 9 توکي او د 16 او 19 میاشتو ترمنځ 7 توکې د بیا جوړولو لپاره را استول شوي دي. که چېرې دغه عدد مو نه پېژندلای. مونږ کولای شول چې د ډله ییز کثرت په مرسته یې داسې پیدا کړو: $16 - 9 = 7$

ډله ییز کثرت	مطلق کثرت	صنف
3	3	10 - 13
$6 + 3 = 9$	6	13 - 16
$9 + 7 = 16$	7	16 - 19
$16 + 4 = 20$	4	19 - 22

تمرین

لاندې جدول بشپړ کړئ:

ډله ییز کثرت	مطلق کثرت	صنف
	3	10 - 15
	2	15 - 20
	4	20 - 25
	7	25 - 30
	6	30 - 35
	5	35 - 40

نسبي کثرت



د دوو بېلو ښوونځيو زده کوونکو ملالی او درخانی په خپل منځ کې خبرې کولې: درخانی: زموږ په ټولگي کې 37 تنه بريالی شوي دي. ملالی: زموږ په ټولگي کې 30 تنه بريالی شوي دي. آیا د کوم ټولگي لوست به ښه وي؟

فعاليت

- د يوې ښوونځي په الف ټولگي کې 40 تنه او په ب ټولگي کې 35 تنه زده کوونکي شته، د رياضي په مضمون کې د الف د ټولگي 32 تنه او د ب د ټولگي 30 تنه بريالی شوي دي.
- د الف ټولگي د برياليو زده کوونکو نسبت له ټولو زده کوونکو سره څو دی؟
 - د ب ټولگي د برياليو زده کوونکو نسبت له ټولو زده کوونکو سره څو دی؟
 - د دې دواړو نسبتونو له پرتله کولو وروسته ووايئ چې د کوم ټولگي زده کوونکو ښه لوست ويلي دي.
 - آیا د دواړو ټولگيو د برياليو زده کوونکو په پرتله، کولای شئ دا ځواب ووايئ؟

پورتنی فعاليت دا را څرگندوي چې په ځينو حالتونو کې د دوو وضعيتونو، د پرتله کولو لپاره نشو کولای چې مطلق کثرتونه سره پرتله کړو. په داسې حالتونو کې د مطلق کثرت له نسبت څخه گټه اخلو.

ددې نسبت لاس ته راغلي قيمت ته نسبي کثرت وايو، او د لښه پرتله کولو لپاره دغه عدد په فيصدي ښو، چې د نسبي کثرت د فيصدي په نامه يادېږي.

مثال: په يوه ازموينه کې د دوو ټولگيو نمرې په لاندې جدول کې راوړل شوي دي. دا دوه ټولگي سره پرتله کړئ.

د الف ټولگي	مطلق کثرت
10 – 30 ضعیف	6
30 – 50 متوسط	10
50 – 70 ښه	4

د ب ټولگي	مطلق کثرت
10 – 30 ضعیف	19
30 – 50 متوسط	25
50 – 70 ښه	16

حل: څرنګه چې وینو ددې دواړو ټولګیو د زده کوونکو ټول شمېر په جدول کې سره مساوي نه دی نو ځکه نه شو کولای چې د دواړو صنفونو مطلق کثرت سره پرتله کړو. ددې کار لپاره لومړی د دواړو صنفونو نسبي کثرت پیدا کوو. وینو چې ضعیف زده کوونکي په دواړو ټولګیو کې تقریبا سره نږدې دي، مګر د الف ټولګي متوسط زده کوونکي څه نا څه بهتر دي.

د الف ټولگي	مطلق کثرت	نسبي کثرت	د نسبي کثرت فیصدي
10 – 36	6	$\frac{6}{20}$	30%
30 – 50	10	$\frac{10}{20}$	50%
50 – 70	4	$\frac{4}{20}$	20%

د ب ټولگي	مطلق کثرت	نسبي کثرت	د نسبي کثرت فیصدي
10 – 36	19	$\frac{19}{60}$	31.6%
30 – 50	25	$\frac{25}{60}$	41.6%
50 – 70	16	$\frac{16}{60}$	26.6%

تمرین

لاندي جدول بشپړ کړئ:

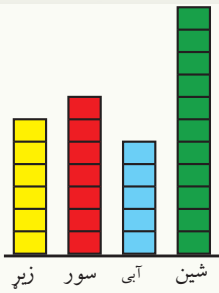
د الف ټولگي	مطلق کثرت	نسبي کثرت	د نسبي کثرت فیصدي
5 – 10	2		
10 – 15	3		
15 – 20	1		
20 – 25	4		
25 – 30	6		

میله یی گراف



په انځور کې هغه ونې وینئ چې ټولې له یوه ډوله دي تاسې ویلای شئ چې د لوروالي له مخې د کومې یوې عمر ډېر دی؟

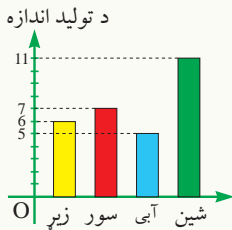
فعالیت



غوره شوی رنگونه

د یوه ښوونځی له زده کوونکو څخه پوښتنه وشوه چې د خپلې خوښې د موټر رنگ ووايي. د دوی د څرگندونو پایله مو د گراف په څېر په مخامخ شکل کې لڼه کړې ده.

- په هره میله کې د مربعو شمېر څه شی څرگندوي؟
- د شکل له مخې ووايي چې څو تنو ژیر رنگ غوره کړی دی؟
- کوم رنگ له ټولو نه لږ ټاکل شوی دی؟
- که چېرې د هر ستون لاندې رنگونه، نه وي لیکل شوی آیا تاسې کولای شول چې لازم معلومات ترلاسه کړئ.
- که د گراف لاندې عبارت نه وای آیا یوازې د گراف په لیدلو تاسې کولای شول ووايي چې گراف د څه شي په اړه دی؟
- لاندې جدول راکړ شوی دی کوشنې وکړئ چې گراف یې رسم کړئ.



رنگونه

سور	آبی	زیر	شین
7	5	6	11

- دغه گراف ته وگورئ:

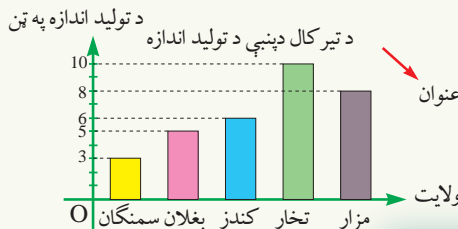
- آیا کولای شیء د پورتنی جدول څرگندونې په دغه گراف کې په اسانې سره وگورئ؟
- په لومړي گراف کې مو ولې د مربعگانو څخه گټه اخیستي ده؟ او په دویم گراف کې مو دا کارنه دی کړئ؟
- د گراف په لیدو او د میلو د اوږدوالي په پرتله کولو سره په ترتیب ووايي چې کوم رنگونه زده کونکو دېر غوره کړي دي؟
- آیا د گراف په رسمو لو کې د ډیټاگانو د ځای تغیر د اطلاعاتو په تفسیر کې توپیر راوړی شي؟

د فعالیت په پیل کې که چېرې تاسې دغه پوښتنه نه وی لوستلې، آیا تاسې ویلای شول چې دا رنگ څه شی رابښي. څرنگه وړاندیز کوئ. پورتنی گراف، میله یي گراف نومېږي. یو میله یي گراف باید د سر لیک، مقیاس او د محور مشخصې لرونکی وي. په میله یي گراف کې د ډیټا ځای مهم نه دی، د میلی اوږدوالي د ډیټا کثرت را ښيي او د میلو ترمنځ فاصله باید سره مساوي وي.

مثال: په لاندې جدول کې د هېواد د پنځو ولایتونو د پنبې د تولید اندازه د تین په حساب راکړ شوې ده.

ولایتونه	مزار	تخار	کندز	بغلان	سمنگان
د تولید اندازه f	8	10	6	5	3

د هر ولایت تولید د میله یي گراف په ډول وښیئ. کوم ولایت ډېر تولید لري؟



حل:

تمرین

- 1- د میله یي گراف د رسمولو لپاره کومو معلوماتو ته اړتیا لری؟
- 2- د یوه ښوونځی د ورزشي ټیمونو شمېر په لاندې جدول کې درکړ شوې دی:

ورزشي ټیمونه	باسکټبال	والیبال	فوتبال	منډه
د لوبغاړو شمیر f	8	12	11	6

میله یي گراف یې رسم کړئ.

د منکسري کرښې گراف

دا گرافونه ډاکټران څنگه تفسیروي؟



فعالیت

د مزار شریف د ښار د هوا پېژندنې ادارې د وري په میاشت کې د یوې شپې او ورځې د تودوخې درجه د سانتي گریډ په حساب په لاندې جدول کې اعلان کړې ده.

د شپې وروسته له 12	د شپې 8	د ماسپښین 6	د ورځې 11	د سهار 8	د سهار 5	د شپې 12
18	23	21	28	25	20	15

- پورتنی دیتا د راکړل شوو مختصاتو پر بنسټ د مستوي پرمخ د ټکو په ښودلو سره په نښه کړئ او د مستقیمې کرښې په مرسته دغه ټکي سره و نښلوئ.
- د گراف له مخې لاندې پوښتنو ته ځواب ووايئ.
- د تودوخې ډېره لوړه او ډېره ټیټه درجه په کومو ساعتونو کې وه؟
 - په کوم ساعت کې د تودوخې درجه د 25 درجو نه پورته شوی وه؟
 - د کومو ساعتونو ترمنځ د تودوخې د درجې بدلون ډېر وو.

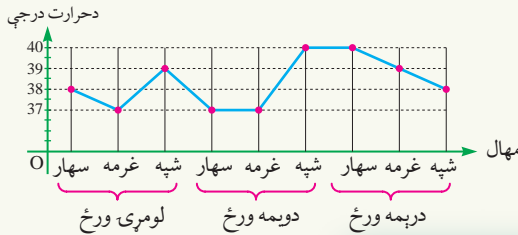
له پورتنی فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راځي

نوموړې فعالیت دا راښيي چې کولای شو راټول شوي معلومات (ډیټا) د ټکو په مرسته د مختصاتو په مستوي کې رسم کړو او بیا دغه ټکي د مستقیمو کرښو په مرسته یو تر بله سره ونښلولو. کوم گراف چې د ټکو د نښلولو په مرسته په لاس راځي د منکسرې کرښې گراف په نامه یادېږي.

مثال: یو ډاکټر د رنځور تبه په درې پرله پسې ورځو کې تر څېړنې لاندې ونیوله. د تودوخې د درجې د بدلون گراف یې رسم کړی.

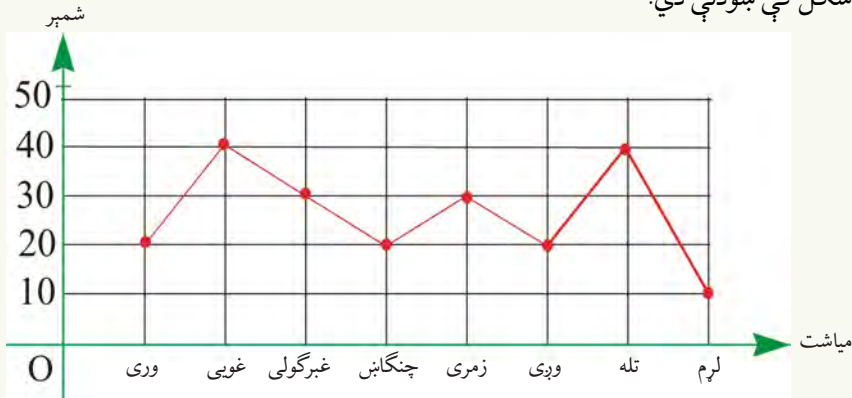
حل: په لاندې جدول کې دغه ډیټاگانې راکړل شوي دي.

لومړۍ ورځ			دویمه ورځ			درېمه ورځ		
سهار	غرمه	شپه	سهار	غرمه	شپه	سهار	غرمه	شپه
38	37	39	37	37	40	40	39	38



تمرین

1- د ریاضي په مضمون کې درخانی خپلې میاشتنۍ نمرې د منکسرې کرښې گراف په ډول په لاندې شکل کې ښودلې دي.



- درخانی په کومه میاشت کې تر ټولو ډېرې نمرې وړي دي؟
- درخانی په کومه میاشت کې تر ټولو لږې نمرې وړي دي؟
- په کومه میاشت کې یې نمرې له 35 نه ډېرې دي؟

د غیر متصلې ډیټا اوسط



سړي خپل یو لاس په داسې لوبښي کې چې د تودوخې درجه یې د سانتي گریډ 10 درجې د صفر نه لوړه وه او بل لاس یې په داسې ساړه لوبښي کې چې د هغې د تودوخې درجه د سانتي گریډ منفي 10 درجې وه، کیښود. له هغه نه پوښتنه و شوه چې حال یې څنگه دی؟ نوموړي وویل په اوسط ډول ښه يم. آیا په دې وضعیت کې د اوسط موندل سم دي؟

فعالیت

د کال په پای کې د آصف نمرې په لاندې ډول دي.

84 92 92 82 97 82 75 82 75 75

- د آصف د نمرې اوسط پیدا کړئ.
- د دې لپاره چې د 75 عدد درې ځلې یو له بل سره جمع کړئ، نور څه کولای شئ؟
- د آصف د نمرې د کثرت جدول جوړ کړئ.
- د کثرت د جدول له مخې، د آصف د نمرې د اوسط د پیدا کولو لپاره لاره پیدا کړئ.

پورتنۍ فعالیت موږ ته دا را ښيي. چې د ډیټاگانو د اوسط د پیدا کولو لپاره د ډیټاگانو د تکرار په صورت کې کولای شو د ډیټاگانو د جمعې پر ځای د ډیټاگانو د کثرت له ضرب څخه گټه واخلو. که چېرې په کلي حالت کې یوه ډیټا په X او د هغې کثرت په f وښیو د دوی د ضرب حاصل به د $f \cdot X$ سره مساوي وي.

که لومړۍ ډیټا او د هغې کثرت په X_1 او f_1 ، او دویمه ډیټا او د هغې کثرت په X_2 او f_2 او ... اخري ډیټا په X_n او کثرت یې په f_n سره وښیو، ددې ډیټاگانو اوسط مساوي دی:

$$\bar{x} = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + \dots + f_nx_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n} = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + \dots + f_nx_n}{n}$$

مثال: د یوه شرکت د کارکوونکو د عاید اندازه په لاندې جدول کې ښودل شوې ده.

د افغانیو په حساب میاشتنی عاید	دنده
50000	رییس
40000	دوه مرستیالان
20000	منشي
30000	درې متخصصان
25000	پنځه مامورین
10000	دوه ځانه سامان

د شرکت مدیر وایي د شرکت د کارکوونکو د عاید اوسط له 30000 افغانیو نه زیات دی. آیا دا رقم به د شرکت د ټولو کارکوونکو لپاره سم وي؟ آیا د مدیر دا خبره به سمه وي؟ د کثرت د جدول په کارولو سره د کارکوونکو د عاید اوسط پیدا کړئ.

د کارکوونکو شمېر f	د هر یو عاید x	f · x
رییس	1 50000	1 × 50000 = 50000
مرستیال	2 40000	2 × 40000 = 80000
منشي	1 20000	1 × 20000 = 20000
متخصصین	3 30000	3 × 30000 = 90000
مامورین	5 25000	5 × 25000 = 125000
ځانه سامان	2 10000	2 × 10000 = 20000

$$n = 1+2+1+3+5+2 = 14 \text{ شمیر}$$

$$\bar{x} = \frac{50000 + 80000 + 20000 + 90000 + 125000 + 20000}{14} = \frac{385000}{14} = 27500$$

څرنګه چې له محاسبې څخه ولیدل شول د عاید اوسط له 30000 څخه لږ دی. نو وپلی شو چې د مدیر ادعا سمه نه ده.

تمرین

احمد هره شنبه او یکشنبې د کتاب 12 مخه او هره سه شنبه، چارشنبه او پنجشنبه 10 مخه او د جمعې په ورځ د کتاب 16 مخه لولي. د کثرت د جدول په جوړېدو سره د کتاب د هرې ورځې د لوستل شوو مخونو اوسط پیدا کړئ.



د جدول په مرسته د متصلې ډیټا اوسط

د سوداګرۍ وزارت اعلان وکړو چې په تېرکال کې بهر ته د ممیزو د لېږدولو اندازه لس زره ټنه وه یعنې څه؟

فعالیت

یوه بزګر د خپلو کچالانو په لاس راغلی محصول په بیلابیلو وزنونو په بوریو کې واچاوه. بزګر وویل ددې بوریو وزن په اوسط ډول اووه منه دی. مګر د ښاروالۍ له خوا دا بورۍ بیا وزن شوې چې نتیجه یې په لاندې جدول کې راغلې ده. آیا د بزګر وینا سمه ده؟

د بوریو شمیر f	دهرې بوری وزن
11	6 - 6.5
14	6.5 - 7
12	7 - 7.5
8	7.5 - 8

د بوریو شمیر f	د بوریو وزن
11	6.25
14	6.75
12	7.25
8	7.75

- د 7 او 6.5 ترمنځ بوریو د وزن اوسط به څو وي؟
- د 7 منو بورۍ په کوم صنف کې راځي؟
- د هر صنف اوسط پیدا کړئ.
- د مخامخ جدول له مخې ویلې شو چې:

- ددې بوريو اوسط خو دی؟
- آیا د بزگر وینا سمه ده؟

مثال: د کرنې یوه متخصص د چنار د 35 ونو لوړ والی اندازه کړ نوموړی متخصص غواړي چې د دغو ونو د لوړوالي اوسط پیدا کړي.

جگوالی	د ونو شمېر f	اوسط x	f · x
8 – 8.5	4	8.25	4 × 8.25 = 33
8.5 – 9	5	8.75	5 × 8.75 = 43.75
9 – 9.5	8	9.25	8 × 9.25 = 74
9.5 – 10	7	9.75	7 × 9.75 = 68.25
10 – 10.5	6	10.25	6 × 10.25 = 61.5
10.5 – 11	5	10.75	5 × 10.75 = 53.75

$$\bar{x} = \frac{33 + 43.75 + 74 + 68.25 + 61.5 + 53.75}{35} = \frac{334.25}{35} = 9.55$$

تمرین

د یوه ښوونځي د 20 تنو زده کونکو د ونې (قد) د اندازې په هکله معلومات په لاندې ډول راکړل شوي دي.

قد	158 – 162	162 – 166	170 – 174	166 – 170	174 – 178
کثرت f	2	6	4	5	3

د را کړل شوې ډیټا اوسط پیدا کړئ.

د لسم فصل مهم ټکي

- کله چې د ډیټا شمېره ډېره وي هغه صنف بندي کوو او بیا یې د کثرت له جدول څخه گټه اخلو. په دې حالت کې د هر صنف کثرت دا رابنډي چې په هر صنف کې څو ډیټاگانې شاملې دي.
- د صنف تر ټولو لږې اندازې ته ټیټ سرحد او تر ټولو ډېرې اندازې ته یې لوړ سرحد وایي.
- د هر صنف د یو شان بنودلو لپاره له هغه عدد څخه گټه اخلو چې د هر صنف اوسط وېنډي.
- د کثرت په جدول کې د هرې ډیټا تکرار ته د هغې ډیټا مطلق کثرت وایي.
- د ډیټا په صنف بندي کې ټولې هغه ډیټاگانې، چې په یوه صنف کې شاملې دي، د هغه صنف د کثرت په توگه په پام کې نیول کېږي.
- د صنفونو مرکز د هغو غړو په شمېر تکرارېږي چې په هغه صنف کې شامل وي. یعنې د صنفونو د کثرت مرکز د هغو غړو له شمېر سره مساوي دی چې په هغه صنف کې شامل وي او دې کثرت ته مطلق کثرت وایو.
- د هر صنف د کثرت مجموعه او د هغې د مخه صنفونو کثرت ته د دغه صنف جمعي کثرت ویل کېږي او د وروستی جمعي کثرت مساوي دې د ډیټاگانو د ټول شمېر سره.
- د هر صنف د کثرت نسبت د ټولو ډیټاگانو پر شمېرې ته نسبي کثرت وایي. که چېرې f د یوه صنف مطلق کثرت او n د ډیټاگانو شمېر وي. د $\frac{f}{n}$ کسرته د هغه صنف نسبي کثرت وایي.
- که چېرې نسبي کثرت په 100 کې ضرب کړو د نسبي کثرت فیصدي په لاس راځي.
- د میله یي گراف د کیفی او معجزا متحول د رسمولو لپاره، گټه اخیستل کېږي د میله یي گراف په رسمولو کې د میلو په ترتیب سره را تلل اهمیت نه لري کوم شی چې په دې گراف کې اهمیت لري هغه د ډیټاگانو کثرت دی.
- د میله یي گراف په رسمولو کې درې لاندې موضوعگانې په پام کې ونیسئ:
عنوان: موضوع دې په لنډ ډول د گراف سرته او یا لاندې ولیکل شي.
د محورونو مشخصه: محورونه هر یو مشخصه لري. دغه مشخصه د هغه متحول څرگندونه کوي چې هغه محور یي ښيي.
- مقیاس: د هر محور مقیاس باید څرگند او مشخص وي یعنې د ډیټاگانو لپاره دې واحد وټاکل شي او دغه واحد دې د گراف په څنډه کې ذکر شي.
- که چېرې ډیټاگانې د مختصاتو په یوې مستوي کې په ټکو ښه شي او بیا دغه ټکي د مستقیمو کرښو، په مرسته یو تر بله وښلول شي. دغه په لاس راغلی گراف د منکسرې کرښي گراف په نامه یادېږي.
- د ډیټاگانو د اوسط د پیدا کولو لپاره د ډیټاگانو د تکرار په صورت کې د ډیټاگانو د جمع پر ځای کولای

شو چې په ډیټاگانو کې د کثرت د ضرب څخه په دې ډول گټه واخلو.
 • په نښتو یا متصلو ډیټاگانو کې، د صنفونو مرکز د هغو په کثرت کې ضرب او جمع کوو او وروسته له هغې یې د کثرتونو پر مجموعې (چې د ډیټاگانو شمېر ده) ویشو.

$$\text{د کثرت د جدول اوسط} = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + \dots + f_nx_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n}$$

عمومي تمرينونه

1- يو ښوونځی دولس ټولگي لري او هر ټولگي يې په دوه الف او ب ټولگيو وېشل شوې دی ددغه ښوونځي د زده کوونکو شمېر په لاندې ډول دی.

30	35	38	د (ب) جدول	40	45	42	37
31	32	41		48	49	32	35
36	35	44		46	35	46	32
45	37	38					

- پورتنی ډیټاگانې په څلورو (30-34 ، 35-39 ، 40-44 ، 45-49) صنفونو کې تنظیم او د هر صنف کثرت ولیکئ:
 - د صنفونو پراخوالی او د ډیټاگانو اوسط پیدا کړئ.
 - تجمعې کثرت یې پیدا کړئ.
 - د نوموړو ډیټاگانو نسبي کثرت او د نسبي کثرت فیصدي پیدا کړئ.
 - د نوموړو نسبي کثرت مجموعه له څه شي سره مساوي دی؟
- 2- د یوې مغازې خاوند په یوه اونۍ کې د بسکوټو کارتنونه د لاندې جدول له مخې پلورلي دی:

شنبه	یک شنبه	دو شنبه	سه شنبه	چهار شنبه	پنج شنبه	جمعه
8	11	15	9	13	6	4

- پورتنی ډیټاگانې د میله یې گراف په ډول وښیئ.

3- د مریم د اووم ټولگي د کلنی ازموینې نمرې په لاندې جدول کې را کړل شوې دي:

اجتماعي علوم	هنرونه	پښتو	دري	اسلامي تعليمات	انگليسي	عربي	ساينس	رياضي	بدني روزنه
84	88	80	95	90	85	75	82	92	76

- د مریم نمرې د منکسرې کرنيې گراف په ډول وښیئ.
- تر ټولو ډیرې او تر ټولو لږې نمرې يې څرگندې کړئ.

4- د یوه ښوونځي د مدیر، سرښوونکي، ښوونکو، مامورینو، تحویلدارانو او ملازمینو عاید په لاندې جدول کې ښودل شوی دی:

دنده f	د افغانیو په حساب میاشتنی عاید X
د ښوونځی مدیر	10000
سرښوونکی	8000
4 تنه مامور	4000
25 تنه ښوونکي	5000
2 تنه تحویلدار	3500
5 تنه ملازم	3000

- د دغه کارکوونکو ټوله شمېره څرگنده کړئ.
- د هرې ډیټا او د هغې د کثرت د ضرب حاصل وشمېرئ
- د دغه کارکوونکو د عاید اوسط پیدا کړئ.

5- د کرنې یو متخصص د 500 بوټو لوړوالی تر څېړنې لاندې ونيو. له راکړ شوو معلوماتو څخه یې د اټکل په توګه لاندې 30 بوټي وټاکل:

40	50	51	47	34	35	45	45
60	65	50	67	54	55	43	40
58	57	54	51	38	39	47	43
62	65	64	60	30	35		

- راکړل شوی معلومات ترتیب کړئ.
- دغه ډیټا د یوه جدول په ترڅ کې په څلورو 30-40 ، 40-50 ، 50-60 ، 60-70 صنفونو ووېشئ.
- د هر صنف کثرت پیدا کړئ.
- د هر صنف اوسط پیدا کړئ.
- د کثرت د ضرب حاصل او د هر صنف د کثرت اوسط پیدا کړئ.
- د ډیټا اوسط پیدا کړئ.

6- په یوه ټولګي کې د زده کوونکو شمېر 25 تنه دی. دغه زده کوونکي د بادغیس، فاریاب، ارزګان، زابل او غور ولایتونو دي، که چېرې د بادغیس ولایت د 1، په عدد او فاریاب ولایت په 2 او همدارنګه ارزګان په 3، زابل ولایت په 4 او غور ولایت د 5 په عدد وښیو. دغه لاندې معلومات (ډیټاګانې) د زده کوونکو د زیربڼې د ځای پر اساس لاسته راغلي دي.

د راکړل شوو معلوماتو (ډیټاګانو) د کثرت جدول بشپړ کړئ:

5, 5, 3, 1, 5, 4, 3, 5, 1, 2, 1, 3, 5, 2
1, 5, 1, 2, 4, 1, 2, 1, 3, 2, 1

صنف	کثرت f	نسبي کثرت	ډله ییز کثرت
بادغیس			
فاریاب			
ارزګان			
زابل			
غور			

ددې راکړل شوو معلوماتو میله یي ګراف رسم کړئ.



يولسم فصل
احتمال



نسبي کثرت او احتمال



د رمل د 6 شمېرې د راوتلو د چانس، وړاندوینه یا پیش بینی وکړئ.
د رمل د 6 شمېرې د راتلو دشمېر نسبت په 30 ځلې اچولو کې حساب کړئ.
دا عددونه څه شی مور ته راښی؟

فعالیت

- د ریاضي په ازموینه کې 35 تنو گډون کړی وو.
له ازموینې وروسته څرگنده شوه چې 7 تنو د 90 (عالي) نمره او 15 تنو د 60 او 90 ترمنځ (ډیر ښه) نمرې 8 تنو د 50 او 60 ترمنځ (ښه) او 5 تنو د 50 نه ښکته (ناکام) نمرې اخیستي دي.
- د کثرت جدول یې جوړ کړئ او د زده کوونکو د درجو نسبي کثرت د عالي، ډیر ښه، ښه او ناکام لپاره محاسبه کړئ.
 - په ټولگي کې د پاتې شوي یا ناکامو زده کوونکو شمېر په سلو کې څو دی؟
 - که په ټولگي کې یو تن په پېچې وټاکل شي، د دې احتمال، چې ټاکل شوی زده کوونکی په لاندې ډله کې وي، پیدا کړئ:
 - عالي وي.
 - ښه وي.
 - پاتې یا ناکام وي.
 - د نوموړي هر ټاکلي حالت د احتمال پایلې د هغه حالت له نسبي کثرت سره پرتله کړئ.
له نوموړي فعالیت څخه لاندې پایلې په لاس راځي:
 - احتمال، د پېښې له پېښیدو نه د مخه وړاندوینه ده. مگر نسبي کثرت د یوه ازماښت له پایلې نه وروسته د لاسته راوړل شوو ارقامو په اساس حسابیږي.
 - د یوې ناڅاپې پېښې لپاره د تجربې احتمال د پېښې د نسبي کثرت سره مساوي دی.
 - څرنگه چې د ټولو حالتونو د نسبي کثرت مجموعه له 1 سره مساوي ده. له دې امله د احتمال د ټولو حالتونو مجموعه هم له یوه (1) سره مساوي ده.

مثال: تیر کال د لیندی په میاشت کې 10 ورځې وریځ او اوربنت وو. (a) د اوربنت او د ورپڅو ورځو نسبي کثرت دلیندی په میاشت کې پیدا کړئ. (b) ستاسې وړاندوینه به د راتلونکې لیندی میاشتې په هکله څرنگه وي؟ (c) آیا دا وړاندوینه قطعي ده چې هر کال به د لیندی په میاشت کې داسې وي؟

حل:

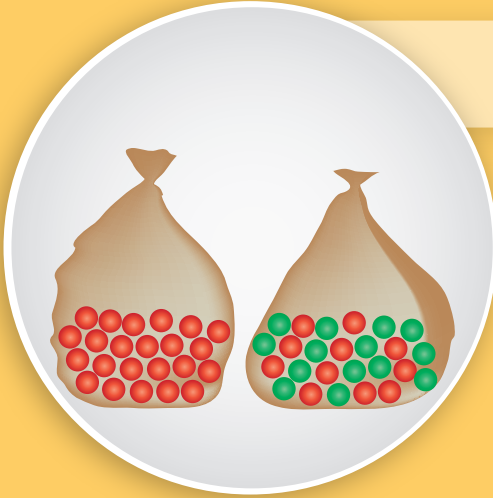
(a) څرنگه چې د لیندی د میاشتې له 30 ورځو څخه 10 ورځې وریځ او یا اوربنت دی. نو له دې کبله د اوربنت او یا ورپڅو ورځو نسبي کثرت د $\frac{10}{30} = \frac{1}{3} \approx 0.33 = 33\%$ سره برابر دی. (b) د راتلونکې لیندی میاشتې لپاره وړاندوینه به د تیر کال د نسبي کثرت له مخې هم 33% ده. (c) دا وړاندوینه قطعي نه ده دا امکان شته چې د راتلونکې لیندی په میاشت کې د وریځ او اوربنت ورځې له 10 څخه ډېرې او یا لږې وي.

تمرین

1- د E_1 : یوه ناڅاپي پېښه (دیوه ماشوم زیږېدل): په دې پېښه کې نسبي کثرت یعنې $h(E_1) = 0.51$ او احتمال یعنې $P(E_1) = 0.51$ دی. څرنگه کولای شئ چې د نسبي کثرت او احتمال ترمنځ توپیر څرگند کړئ؟

2- هر کال د زده کوونکو د اوږې رخصتۍ د زمري د میاشتې لومړۍ 10 ورځې وي. تیر کال د زیاتې گرمۍ له امله په رخصتۍ 10 ورځې نورې هم زیاتې شوې، غواړو: د تیر کال د زمري میاشت د اوږې د رخصتو، نسبي کثرت او د هغې پرتله کول د راتلونکې کال د اوږې له رخصتو سره پیدا کړو.

په نمونه يي فضا کې برابر او نا برابر چانس



له هرې کڅورې څخه یو پنډوس اخلو.
له کومې کڅورې څخه پنډوس واخلو
تر څو دښنه پنډوس د راوتلو چانس ډیر
وي؟

فعالیت

- دوه تنه زده کوونکي غواړي چې د رمل په یوه لوبه کې له 1 څخه تر 6 پورې شمېرې وټاکي؟
- آیا له 1 څخه تر 6 شمېرو پورې د راوتلو چانس برابر دی؟
 - که چېرې د رمل د دانې په دوو خواوو کې د 6 شمېره وي؟ په دې صورت کې د ټاکلو چانس په لاندې کوم حالت کې په خپله گټه گټی؟
 - که ټاکلې شمېره 6 وي.
 - که د مخامخ لورې لوبغاړي ټاکلې شمېره (1) وي.
 - آیا د (1) او (6) شمېرو احتمال سره برابر دی؟
- له نوموړي فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راوړو.

تر اوسه له داسې پېښو سره مخامخ وو چې د غړو احتمال یې په یوه نمونه فضا کې یو شان او د هغې په اساس احتمال تعریف شوی دی.

عموماً احتمال د P په توګه توریږي ښودل کېږي او $P(A)$ د ناڅاپي پېښې احتمال ښيي.
هرکله چې یوه نمونه فضا n غړي ولري، په دې صورت کې د هرې لومړنۍ E پېښې احتمال مساوي په $P(E) = \frac{1}{n}$ سره دی.

لومړی مثال: د یوې داسې پېښې یا سکې اچول په پام کې نیسو چې دواړه مخونه یې شپږ وي.
غوښتنه داده چې ددې سکې احتمال په لاندې حالتونو کې پیدا کړئ.
(a) پېسه شیر راشي.
(b) پېسه خط راشي.

(C) آیا په نوموړي مثال کې د شېر او خط د اتفاقي پېښو احتمال د یو بل سره برابر دي؟
حل: پوهیږو چې د سکې دواړه مخونه شېر دي. نو نمونه فضا عبارت له {شیر} = S ده:

$$(a): P(\text{شیر}) = \frac{1}{1} = 1$$

$$(b): P(\text{خط}) = \frac{0}{1} = 0$$

(c): دواړه خواوې یعنې شېر او خط برابر چانس نه لري. نو ځکه چې: $0 \neq 1$

دویم مثال: د یوه نورمال رمل اچول په پام کې نیسو. پوهیږو چې د نمونې فضا

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

ده نو له دې کبله:

$$P(E) = P(\{6\}) = P(\{5\}) = P(\{4\}) = P(\{3\}) = P(\{2\}) = P(\{1\}) = \frac{1}{6} \approx 0.17 = 17\%$$

تمرین

1- د یوې کڅوړې څخه چې په هغې کې (3) سره توپونه، (4) دانې اسماني او یو دانه زېر توپ پروت دی په اتفاقي ډول یو دانه توپ ترې اخلو د لاندې پېښو احتمال پیدا کړئ:

(a) راوتلی توپ سور وي.

(b) راوتلی توپ زېر وي.

(c) راوتلی توپ اسماني وي.

(d) که چېرې سره توپونه د زېرو توپونو دوه برابره وي، ایا د سرو او زېرو توپونو د راوتلو احتمال یو له بل سره برابر دی؟

د زده کوونکو د نومونو لومړی توري	مطلق کثرت
م	9
ع	8
ف	5
ک	3
د زده کوونکو ټوله شمېره	25

2- د یوه ټولگي د زده کوونکو د نومونو لومړي توري را ټول شوي او په مخامخ جدول کې لیکل شوي دي.
 (a) د م، ع، ف او ک د تورو په اساس د زده کوونکو د گروپ نسبي کثرت پیدا کړئ.

(b) که چېرې له زده کوونکو څخه یو تن د استازې په توگه د پېچې له مخې وټاکل شي، نو د لاندې پېښو احتمال پیدا کړئ.

- د ټاکل شوي استازي نوم د (م) په توري پیل شوی وي.

- د ټاکل شوي استازي نوم د (ک) په توري پیل شوی وي.

د یوې نمونه یې فضا ناڅاپي پېښه



اسمان وریځ دی!
څه به پېښ شي؟

فعالیت

د ښار له گڼې گونې څخه په ډکې برخې کې د احمد د جیب بټوه د سهار د 10 او 12 بجو ترمنځ غلا شوې ده. پولیسو ته د خبرتیا نه وروسته لومړنیو کتنو څرگنده کړه چې په همدغه وخت او ځای کې درې تنه گڼکپان X ، Y او Z په نامه، چې د پولیسو سره جنایي سابقه هم لري لیدل شوې دي. ددې لپاره چې د غلو د پېژندگلوی په هکله له پولیسو سره مرسته وشي، لاندې فعالیت سرته ورسوئ:

ښایي چې دا بټوه یوه او یا څو شکمنو غلو په گډه غلا کړې وي. د پېښې په څېړنه کې کوم ترکیب باید په پام کې ونیول شي؟

– که چېرې د مشکوکو تورنو سیټ په $S = \{X, Y, Z\}$ وښودل شي نو د شکمنو سپرو کوم فرعي سیټ او یا لست کولای شو جوړ کړو.

– یا ددې احتمال موجود دی چې شکمن نیول شوي سپري بې گناه وي؟ په دې صورت کې په لاس راغلی سیټ، د ریاضي په ژبه په څه ډول سیټ وښیو؟

له نوموړي فعالیت څخه لاندې پایلې په لاس راځي.

- په نوموړي فعالیت کې موولیدل د یوې پېښې په درشل کې دا امکان شته چې هر ممکن حالت پېښ شي، نو ځکه د اتفاقي یا ناڅاپي پېښې په نامه یادېږي.
- د S د نمونه یې فضا هر فرعي سیټ، یوه اتفاقي پېښه ده چې په E ښودل کېږي.
- هرکله که د یوې نمونه یې فضا د غړو شمېر له n سره مساوي وي، د هغې د اتفاقي پېښو ټول شمېر مساوي د 2^n سره دی.

لومړی مثال: د نوموړي فعالیت لپاره د $S = \{x, y, z\}$ د نمونه يي فضا اتفاقي يا ناڅاپي پېښې پيدا کړئ.

حل: د نوموړي نمونه يي فضا د اتفاقي پېښو يا په بل عبارت د S د نمونې فضا د فرعي ستونو، فهرست عبارت دی له:

- | | |
|---|---------------------------------|
| په پېښه کې يوازې x غل دی. | $E_1 = \{x\}$ |
| په پېښه کې يوازې y غل دی. | $E_2 = \{y\}$ |
| په پېښه کې يوازې z غل دی. | $E_3 = \{z\}$ |
| په پېښه کې دواړه x او y غله دي. | $E_4 = \{x, y\}$ |
| په پېښه کې دواړه x او z غله دي. | $E_5 = \{x, z\}$ |
| په پېښه کې دواړه y او z غله دي. | $E_6 = \{y, z\}$ |
| په پېښه کې درې واړه x, y او z غله دي. | $E_7 = \{x, y, z\}$ |
| په پېښه کې x, y, z يو هم غل نه دی. | $E_8 = \{ \quad \} = \emptyset$ |
- له نوموړي مثال څخه پايله يعنې د ناڅاپي يا اتفاقي پېښو ټول شمېر چې $2^3 = 8$ دی په لاس راځي. چې د يوې 3 عنصره نمونه يي فضا د ناڅاپي پېښو د پيدا کولو لپاره د طاقت له فورمول څخه کار اخيستل شوی دی.

تمرین

- 1- د يوې پېښې يا سکې په اچولو د ناڅاپي پېښو فهرست جوړ کړئ.
- 2- A, B, C او D څلور گوندونه چې په پارلماني ټاکنو کې يې ونډه اخستې ده، غواړي چې د برياليتوب لپاره يو ممکن اتحاد جوړ کړي:
 - د گوندونو د يووالي ټول ممکنه حالتونه يا په ځانگړي توگه برخه اخيستنه فهرست کړئ؟
 - د هر گوند ځانته ونډه او يا ناشونې يعنې (\emptyset) سېټ يې ستاسې له نظره د اتحاد په اړوند پېښې څرنگه د توضیح وړ دي؟
- 3- په يوه مثال کې $S = \{A, B, C, D\}$ د نمونې فضا لپاره د يوې ناممکنې يا ناشونې (\emptyset) ناڅاپي پېښې او حتمي يا ډاډمنې پېښې S توضیح کړئ؟



د احتمال قاعدې

- آیا د کرکټ په ډگر کې چې هر څه د لوبغاړی زړه غواړي، له توب سره بې کولای شي؟
- آیا قاعدې موجودې دي او که نه؟

فعالیت

- د کرکټ د لوبې په شان د احتمال د علم د تیوري پرمخ وړلو لپاره د پوهانو له خوا د تجربی مسایلو له مخې قاعدې وضع شوې دي هڅه وکړئ چې هغه پیدا کړئ.
- آیا ویلای شئ چې د یوې ناڅاپي پېښې احتمال مساوي په هر مثبت عدد سره دی؟
 - ولې د یوه عدد احتمال له یو څخه کوچنی دی؟ څرگنده یې کړئ.
 - آیا کیدای شي د یوې ناڅاپي پېښې احتمال مساوي په یو منفي عدد وي؟
 - آیا د یوې نمونه یي فضا دوه لومړنیو پېښو احتمال د لومړنیو پېښو د احتمالونو له مجموعي سره مساوي دي او که نه؟
 - آیا د ناشونو یا ناممکنو پېښو احتمال د ریاضي په ژبه لیکلای شئ.
- له پورتنیو معلوماتو څخه لاندې پایله په لاس راوړو.

- 1- د E د اتفاقي پېښې احتمال تل د 0 او 1 ترمنځ دی. یعنې: $0 \leq P(E) \leq 1$
 - 2- که چېرې S د یوه ازماېښت نمونه یي فضا وي، $P(S) = 1$ د S ناڅاپي پېښه د حتمي (ډاډمنې) پېښې په نامه هم یادېږي.
 - 3- دانشونې یا ناممکنې پېښې لپاره لرو: $P(\emptyset) = 0$ یوه ناشونې اتفاقي حادثه یا ناڅاپي پېښه ده
- مثال:** د دوه سکو د اچولو د نمونې فضا یعنې $S = \{TT, TH, HT, HH\}$ په پام کې نیسو. (خط T ، شپږ H) د لاندې پېښو احتمال مطلوب دی:
- (a) دواړه سکې شپږ وي.

- (b) یوه سکه شپږ وي.
 (c) دواړه سګې یو شان وي.
 (d) دواړه سګې یو شان نه وي.
 (e) د سګو یوه هم خط نه وي.
حل: لرو چې:

- (a) د دواړو سګو لپاره چې شپږ وي، ناڅاپي پېښه یې عبارت ده، له: $E_1 = \{HH\}$ له دې کبله:
 $P(E_1) = \frac{1}{4} = 0.25 = 25\%$
- (b) یوه سکه شپږ وي $E_2 = \{TH, HT\}$ ، له دې کبله:
 $P(E_2) = \frac{2}{4} = 0.5 = 50\%$
- (c) د دواړو یو شان سګو لپاره ناڅاپي پېښه عبارت ده، له: $E_3 = \{TT, HH\}$ نو لیکلی شو:
 $P(E_3) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0.5 = 50\%$
- (d) د دواړو سګو لپاره چې یو شان نه وي ناڅاپي پېښه عبارت ده، له: $E_4 = \{TH, HT\}$ له دې کبله:
 $P(E_4) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0.5 = 50\%$
- (e) د سګو چې یوه یې هم خط نه وي، ناڅاپي پېښه عبارت ده له: $E_5 = \{HH\}$ له دې کبله:
 $P(E_5) = \frac{1}{4} = 0.25 = 25\%$

تمرین

- د لاندې پوښتنو سم ځوابونه په تشو ځایونو کې د ✓ په علامه په نښه کړئ.
 1- هر کله که S د یو ناڅاپي ازماښت نمونه یې فضا او E یوه ناڅاپي پېښه وي په دې صورت کې د E احتمال مساوی دی په:

a) $P(E) = \frac{E}{S}$

b) $P(E) = \frac{E \text{ د عناصرو شمېر}}{S \text{ د عناصرو}}$

2- که A یوه ناڅاپي پېښه وي پوښه:

a) $P(A) \geq 1$

b) $0 \leq P(A) \leq 1$

3- که چېرې S یوه نمونه یې فضا وي لاندې کوم جز سم دی؟

a) $P(S) = 0$

b) $P(S) = 1$

4- د یوې ناشوني یا ناممکنه پېښې احتمال برابر دي په:

a) $P(\emptyset) = 0$

b) $P(\emptyset) = 1$

ونه ييز (شجرې) دياگرام

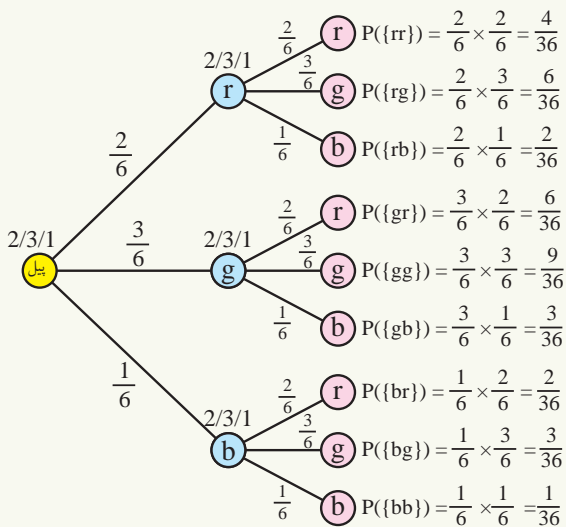


څرنگه کولای شو چې د A ټکې ته ورسېږو.

فعالیت

- د پلار له نیکه څخه را په دې خوا د خپلې کورنۍ د نسب د شجرې گراف تر خپل ځانه پورې رسم کړئ.
- له یوه سیند څخه یو کانال بېلېږي، کانال د O له ټکې څخه تیر او په درې وینالو کې، چې یو له بل سره د 30 درجو زاویه جوړه وي بېلېږي، درې واړه وینالي بیا د A, B, C له ټکو نه تیرېږي. له پاس درې ټکو نه په ترتیب سره له هر ټکې څخه، درې سیموته لکه (3, 2, 1)، (6, 5, 4)، (9, 8, 7) ته رسېږي. د نوموړي پلان گراف رسم کړئ.
- هر کله که یوه سکه درې ځله واچوو، پوهېږو چې د هر ممکن حالت شیر یا خط په لومړي ځل اچولو سره برابر دي او په دویم ځل اچولو د 2 ممکنو حالتونو په شمېر چې موجود دي هر یوه ته دوه حالته شیر یا خط پېښېدلای شي، له هغې وروسته په درېم ځل اچولو هره شونې یا ممکنه پایله لکه تیر حالتونه، د شیر او خط دوه حالتونه شته په لاس راځي. موضوع د یوه گراف په مرسته رسم کړئ؟
- د لومړنیو پېښو د احتمالاتو قیمت د هغه څانگو د احتمالونو د ضرب له حاصل سره پرتله کړئ چې په دغه مسیر یا لارې کې پراته دي.

- کولای شو هر ناڅاپي ازماېښت د یوه دیاگرام په مرسته، چې ازماېښت له پیل څخه پیل کېږي، د څانگو د ممکنه پایلو په شمېر رسم کړو. د دویم ځل د سرته رسولو لپاره تجربه یا ازماېښت یو ځل بیا د لومړي پړاو په شان، د څانگې په هره ممکنه پایله رسمېږي. نوموړې گراف چې د ونې په شان ښاخ او څانگې کوي د ونه یيز دیاگرام په نامه یادېږي.
- د احتمالونو د جمع حاصل د څانگو د نشرېدو په هر ټکې کې له (1) سره مساوي دي.
- د ټولو لومړنیو پېښو د احتمالاتو د جمع حاصل هم مساوي له (1) سره دي.



مثال: په يوه کڅوړه کې 6 توپونه پراته دي. دوه توپونه په سره رنگ (r) درې توپونه په شنه رنگ (g) او يو توپ په تور رنگ (b)، ددې کڅوړې له منځ نه دوه توپونه يو په بل پسې راخستل کيږي او وروسته له کتلو بيا په کڅوړې کې اچول کيږي. د ازماښت د ټولو لومړنيو پېښو احتمال وټاکئ. دا په پام کې ونيسئ چې په هر پړاو کې د وېشونکي ټکي پر مخ عددونه هريو درنگ په پام د توپونو د شمېر ښودونکي او له هرې څانگې پر مخ عددونه، د هرې ناڅاپې پېښې احتمال په هر پړاو کې ښيي. د پېښو په اړوند په لاس راغلي احتمالونه په لاندې جدول کې ليکو:

w	rr	rg	rb	gr	gg	gb	br	bg	bb
$P(\{w\})$	$\frac{4}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{9}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{1}{36}$

ددې لپاره چې د پېښو د احتمالونو په پرتله کولو کې يو څه اسانتيا ولرو، نو ټول احتمالونه په جدول کې له لاندونې يا اختصار پرته په واحد مخرغ ليکل شوي دي.

تمرین

- 1- که چېرې يوه پېسه يا سکه درې ځلې په پرله پسې ډول واچول شي د لاندې ممکنه پېښو پايلې او احتمال د ونه ييز دياگرام په مرسته محاسبه کړئ.
 - دا احتمال چې:
 - (a) پېسه يو ځلې بې خط راشي.
 - (b) پېسه دوه ځلې بې خط راشي.
 - (c) پېسه لږ تر لږه يو ځلې خط راشي.
 - (d) پېسه يو شير وي.
 - (e) پېسه په اکثر ډول يو ځل شېر راشي.

د مسیر لومړی قاعده (د ضرب حاصل)



ددې بندو لارو څخه نانځکه په کومه لار
وتلای شي؟

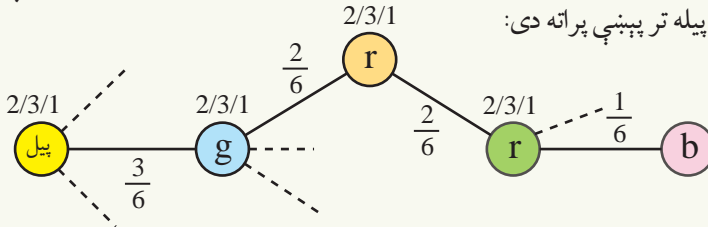
فعالیت

- د پلار له نیکه څخه خپله شجره پیل او د خپل نیکه د اړوندې کورنۍ تر کوچني غړي پورې یې د شجرې گراف رسم کړئ.
- په گراف کې له نیکه سره د خپلو اړیکو لاره یا مسیر په سره رنگ څرگند کړئ.
 - د خپل تره د زوی د اړیکو لاره یا مسیر له خپل نیکه سره څرگند کړئ.
 - د پلار د تره د لمسي د اړیکو لاره یا مسیر د خپل پلار د نیکه سره پیدا کړئ.

له پاسني فعالیت څخه لاندې پایله په لاس راوړو:

- هر مسیر یا لاره موږ یوې ځانگړې پایلې ته رسوي.
 - د یو ازماښت په پای ته رسولو کې د هرې شجرې د گراف مسیر په یوې لومړنۍ ناڅاپي پېښې پای ته رسیږي.
 - هرې لومړنۍ ناڅاپي پېښې ته رسېدل د بیلو مسیرونو او د ځانگو له بیلابیلو منتشره ټکو څخه تیرېږي.
 - د یوې لومړنۍ پېښې احتمال عبارت دی د مسیر له پیل نه تر پېښې پورې د احتمالونو د ضرب له حاصل څخه.
- مثال:** له یوې کڅوړې څخه چې په هغې کې 2 سرې مری (R)، او درې شنې مری (g) او یوه تور رنگه مری (b) پرته ده، د یوې مری راوېستلو لپاره د ونه ییز دیاگرام په داسې حال په پام کې ونیسئ چې مری له راوېستلو او کتلو وروسته بیا کڅوړې ته اچول کیږي او غوښتنه مو د $W = \{grrb\}$ (شنې، سرې، سرې او تورې) د پېښې احتمال وي.

حل: په دې صورت کې دا ضرور نه ده چې د ونې ډیاگرام د شکل په څلور پراوونوکې ټول په مکمله توګه رسم کړو. بلکې هغه لاره یا مسیر په پام کې نیسو چې موږ ناڅاپېې مطلوبې پېښې ته رسوي او د پېښې احتمال د نوموړي مسیر له پلوه د هغه احتمالونو د ضرب له حاصل څخه عبارت دی، چې په همدې مسیر کې له پیله تر پېښې پراته دی:



له دې کبله د مسېر د لومړنۍ قاعدې په مرسته د نوموړې پېښې د احتمال قیمت عبارت دی له:

$$P(\{w\}) = P(\{grrb\}) = \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{12}{1296} = 0.0092 = 0.92\%$$

$$\Rightarrow P(\{w\}) = 0.0092 = 0.92\%$$

یعنې: د (شنې، سرې، سرې، تورې) مریو د وتلو احتمال 0.92% دی.

تمرین

1- د مسیر د لومړۍ قاعدې په مرسته له کڅوړې څخه د مریو د ناڅاپېې راوتلو احتمال، د لاندې ناڅاپېې پېښو لپاره پیدا کړئ.

$$w_1 = \{gbbr\} \bullet$$

$$w_2 = \{rggb\} \bullet$$

$$w_3 = \{brrg\} \bullet$$

• **نسبي کثرت او احتمال:** د يوې تجربې نسبي کثرت عبارت دی د مطلق کثرت نسبت، نظر د هغو ټولو پېښو شمېر ته چې په يوه تجربه يا ازماېښت کې يې د پېښلو امکان موجود وي. مگر د احتمال شمېرنه د يوې پېښې له پېښلو نه د مخه حسابېږي. د A پېښې نسبي کثرت په $h(A)$ ښودل کېږي. او $0 \leq h(A) \leq 1$ په داسې حال کې چې $h_n(\phi) = 0$ او $h_n(S) = 1$ دي.

• **برابر چانس:** هغه پېښې چې د يوې ناڅاپه (تصادفي) تجربې په سرته رسولو کې هيڅ ډول برلاسي د يوې او بلې پېښې تر منځ موجود نه وي د برابر چانس د پېښو په نامه يادېږي.

مثلا: د رمل د شمېرو راتگ هر يو، برابر چانس يعنې مساوي په $\frac{1}{6}$ سره وي.

• **اتفاقي پېښه:** د يوې نمونه يي فضا هر فرعي سيټ د هماغې تجربې د يوې ناڅاپې پېښې په توگه شمېرل کېږي. تش سيټ يوه ناشونې يا ناممکنه ناڅاپې پېښه او S يوه حتمي ناڅاپې پېښه ده.

• **د احتمال قاعدې:** هر کله که E يوه ناڅاپې پېښه د S د نمونې فضا وي

$$1) \quad 0 \leq P(E) \leq 1$$

$$2) \quad P(\phi) = 0 \quad , \quad P(S) = 1$$

• **ونه ييز (شجرې) دياگرامونه:** هره ناڅاپه تجربه د پيل له ټکي څخه يې ناڅاپې ممکنه پېښې په بيلو څانگو وېشل کېږي. د هغې د دويمې مرتبې سرته رسول، لکه د لومړي پړاو په څير ممکنه پايله يې د پيل د ټکي په څېر يو ځل بيا د ناڅاپې پېښو د څانگو گراف يې رسمېږي. په همدې ترتيب دغه لاره ادامه مومي. د هرې لومړنۍ پېښې په لاس راوړل شوې احتمال، عبارت دی له هغو څانگو څخه چې په يوه بند کې راټولېږي. په دې ډول دهر بناخ يا څانگې د احتمالاتو د ضرب له حاصل څخه چې موږ د پيل له ټکي څخه د مطلوبه مسير پرمخ په ناڅاپې پېښه پای ته رسوي.

- د څانگو د انتشار په هر ټکي کې د احتمالاتو د جمع حاصل له 1 سره مساوي دی.

- د هماغه مسيرونو ټولو لومړنيو پېښو د احتمالاتو د جمع حاصل له 1 يوه سره مساوي دی.

• **د احتمال د مسير لومړۍ قاعده:**

پرونه ييز گراف باندې د هر ټاکلې مسير په پای کې، د هرې ناڅاپه پېښې احتمال مساوي دی د مطلوبه مسير په لار د هرې څانگې د احتمالاتو د ضرب له حاصل سره.

- 1- که چېرې یوه سکه 200 ځلې واچول شي او د دغو جملې څخه 92 ځله شېر راشي. په دې صورت کې تاسې د لاندې پېښو نسبي کثرت په لاس راوړئ.
- سکه شیر راشي
 - سکه خط راشي
- د خط د راتلو او د شېر د راتلو د نسبي کثرت مجموعه څو ده؟ بې له محاسبې څخه ځواب وولئ.
- 2- که چېرې په کال کې د اورښتې ورځو د مطلق کثرت ورځو په شمېر 62 ورځې وي. غوښتل کیږي:
- په کال کې د اورښتې یا باراني ورځو نسبي کثرت (که چېرې کال 365 ورځې په پام کې ونیول شي)
 - نسبتې کثرت د باران ورځې وي.
 - دا احتمال چې باران یوه ورځ وي.
 - نسبي کثرت او د یوې اورښتې ورځې لپاره احتمال، توضیح کړئ.
- 3- د رمل د یوې دانې د اچولو لپاره نمونه فضا جوړه کړئ. هغه اتفاقي پېښې چې د برابر چانس لرونکي وي فهرست کړئ.
- 4- یوه سکه او یو رمل واچوئ غوښتنه داده چې د تجربې نمونه فضا او ونه ییز دیاگرام یې پیدا کړئ. په داسې احتمال چې سکه شېر او د رمل دانه 6 راوتلې وي.
- 5- د یوې تیارې کوټې په الماری کې دوه (تور او سپین) کمیښونه پراته دي. ددې دواړو ترمنځ درې ځله کمیښ ټاکو (دبیرته اېښودلو په صورت کې) لاندې احتمال پیدا کړئ که:
- (E_1) : دویم کمیښ تور وي
 - (E_2) : یوازی دویم کمیښ تور وي
 - (E_3) : لږترلږه یو کمیښ تور وي
 - (E_4) : له یوه نه زیات کمیښونه تور وي.
 - (E_5) : لومړنی او یا اخیرنی کمیښ تور وي
 - (E_6) : لومړنی او اخیرنی کمیښ تور وي.
- 6- په یوې الماری کې د ریاضي 5 کتابونه او د فزیک 6 کتابونه پراته دي. د تصادف په صورت کې د دوی له منځه 6 کتابونه ټاکو. داسې احتمال پیدا کړئ چې دوه کتابونه ریاضي وي.